Opgaven 4.1 – Scalars en vectoren

1

Verplaatsing 4 m naar rechts en 1 m naar beneden.

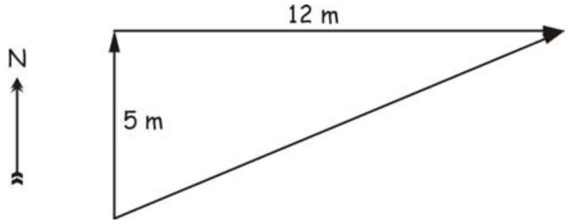
$s = \sqrt{4^2 + 1^2} = 4{,}12.. = 4{,}1\text{ m}$

$\tan\alpha = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} 0{,}25 = 14{,}0.. = 14^\circ$

α is de hoek met de horizontaal.

–

2 ***a***



–

b

1^e^ manier: opmeten in figuur
6,5 cm staat voor $6{,}5 \times 2 = 13$ m

2^e^ manier: Pythagoras

$s = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13\text{ m}$

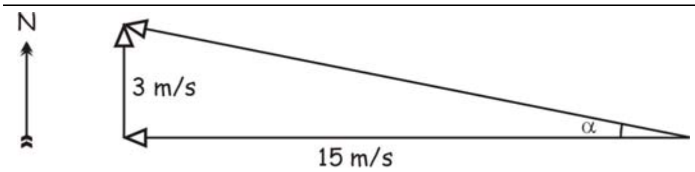
13 m

c

$\tan\alpha = \dfrac{12}{5} = 2{,}4 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} 2{,}4 = 67{,}3.. = 67^\circ$

67°

3



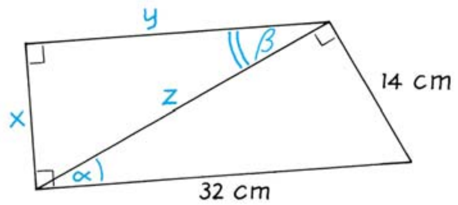
$\tan\alpha = \dfrac{3}{15} = 0{,}2 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} 0{,}2 = 11{,}3.. = 11^\circ$

$v = \sqrt{15^2 + 3^2} = \sqrt{234} = 15{,}2.. = 15\text{ m/s}$

11°
15 m/s

4

β = α



–

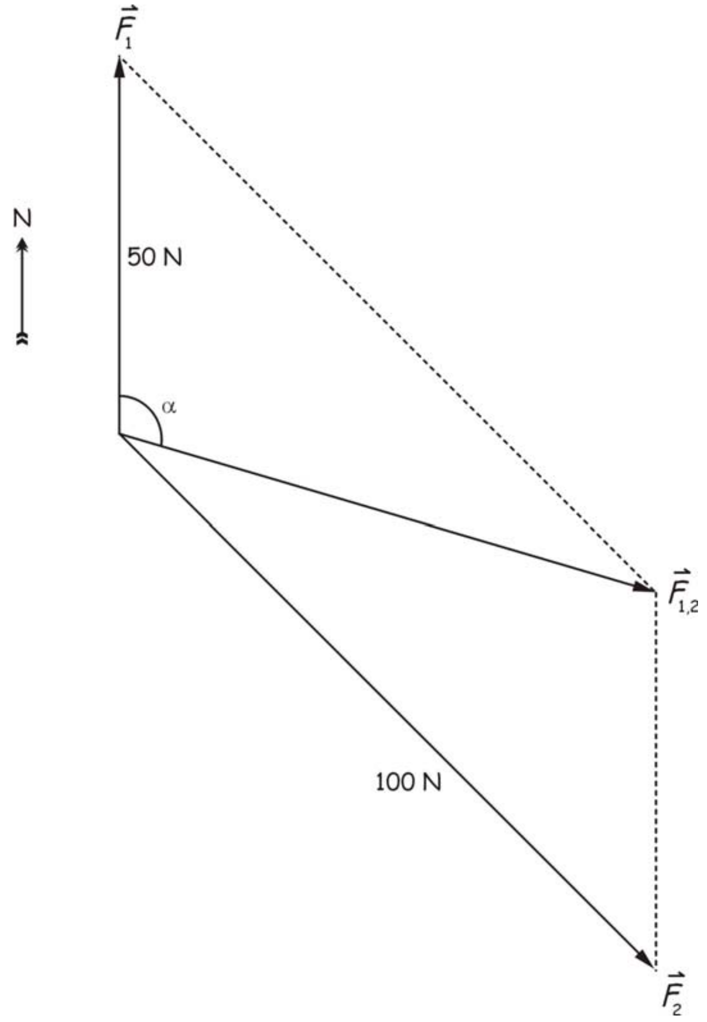
$\sin\alpha \left(= \dfrac{o}{s}\right) = \dfrac{14}{32} = 0{,}4375 \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} 0{,}4375 = 25{,}9.. = 26^\circ$ 26°

$z^2 + 14^2 = 32^2 \Rightarrow z = \sqrt{32^2 - 14^2} = \sqrt{828} = 28{,}7.. = 29\text{ cm}$ 29 cm

$\dfrac{x}{z} = \sin\alpha \Rightarrow x = z \cdot \sin\alpha = 28{,}7.. \cdot \sin 25{,}9.. = 12{,}5.. = 13\text{ cm}$ 13 cm

$x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow y = \sqrt{z^2 - x^2} = \sqrt{28{,}7..^2 - 12{,}5..^2} = \sqrt{669{,}5..} = 25{,}8.. = 26\text{ cm}$ 26 cm

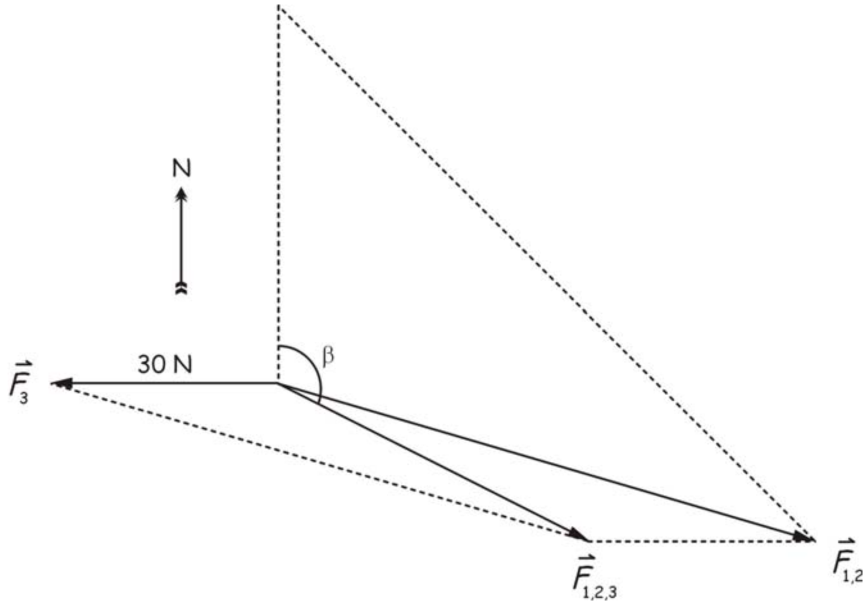
5 ***a***



106°
74 N

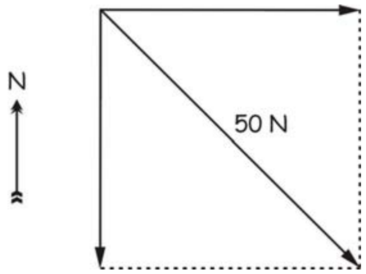
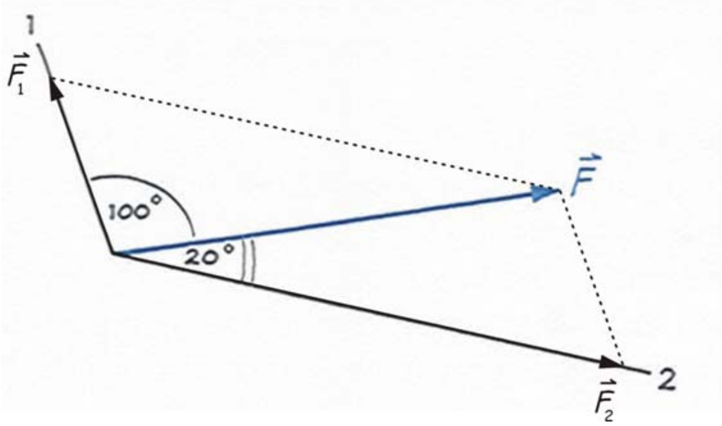
In figuur opmeten: α = 106°
Resultante = 7,4 cm, staat voor 74 N

b



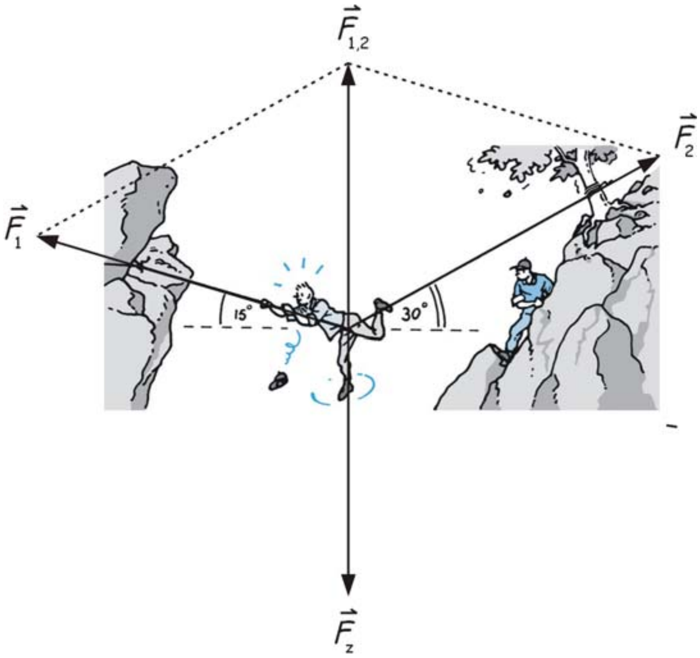
117°
46 N

In figuur opmeten: β = 117°
Resultante = 4,6 cm, staat voor 46 N

6	***a***		–
	b	$\frac{F_{zuid}}{F} = \cos 45 \Rightarrow F_{zuid} = F \cdot \cos 45 = 50 \cdot \cos 45 = 35{,}3.. = 35\text{ N}$ Hetzelfde geldt voor F_{oost}.	35 N
7	***a***	$\frac{F_x}{F} = \cos\alpha \Rightarrow F_x = F \cdot \cos\alpha = 35 \cdot \cos 56 = 19{,}5.. = 20\text{ N}$ $\frac{F_y}{F} = \sin\alpha \Rightarrow F_y = F \cdot \sin\alpha = 35 \cdot \sin 56 = 29{,}0.. = 29\text{ N}$	20 N 29 N
	b	${F_x}^2 + {F_y}^2 = F^2 \Rightarrow F_y = \sqrt{F^2 - {F_x}^2} = \sqrt{47^2 - 32^2} = 34{,}4.. = 34\text{ N}$ $\cos\alpha = \frac{F_x}{F} = \frac{32}{47} \Rightarrow \alpha = 47{,}0.. = 47^\circ$	34 N 47°
	c	$\frac{F_x}{F} = \cos\alpha \Rightarrow F = \frac{F_x}{\cos\alpha} = \frac{40}{\cos 50} = 62{,}2.. = 62\text{ N}$ $\frac{F_y}{F_x} = \tan\alpha \Rightarrow F_y = F_x \cdot \tan\alpha = 40 \cdot \tan 50 = 47{,}6.. = 48\text{ N}$	62 N 48 N
8	***a***		–
	b	$F_1 = 2{,}4 \times 1 = 2{,}4\text{ N}$ $F_2 = 6{,}8 \times 1 = 6{,}8\text{ N}$	2,4 N 6,8 N

Opgaven 4.2 – Krachten in evenwicht

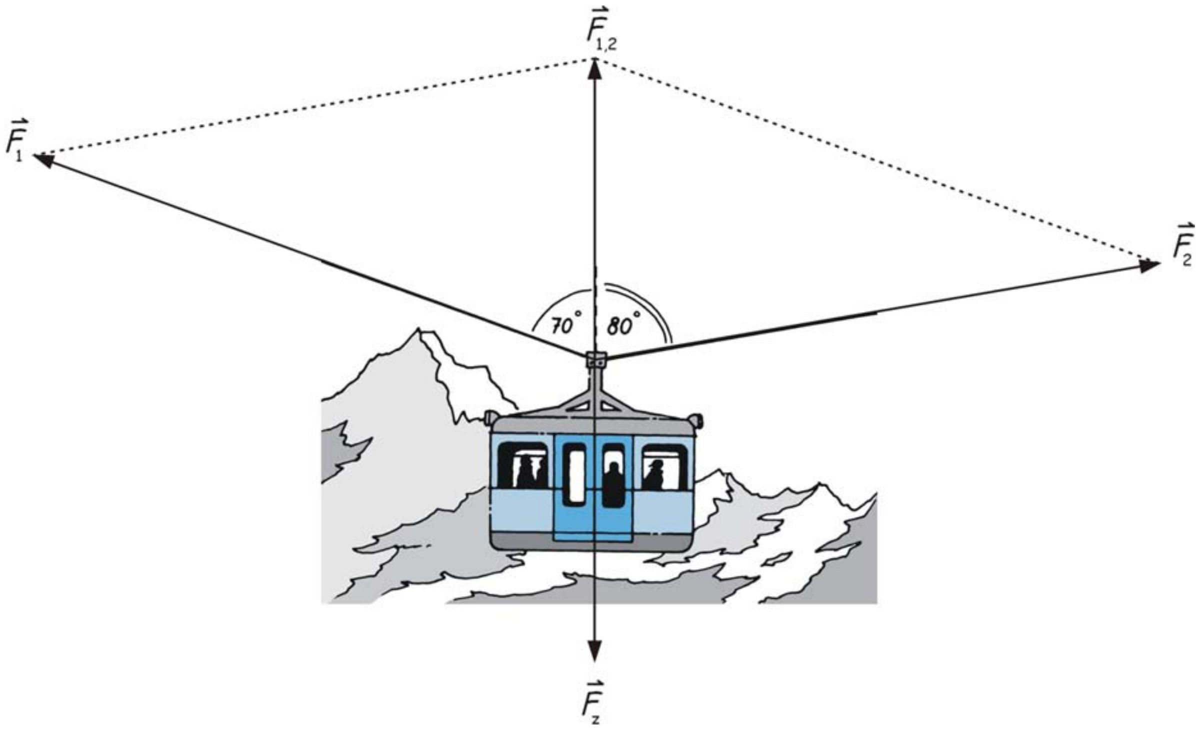
9 ***a*** $\Sigma\vec{F}_{1,2}$ moet even groot zijn als F_z en tegengesteld daaraan gericht. In de gegeven constructie is de richting van de somkracht is niet juist. Hieronder de verbetering.

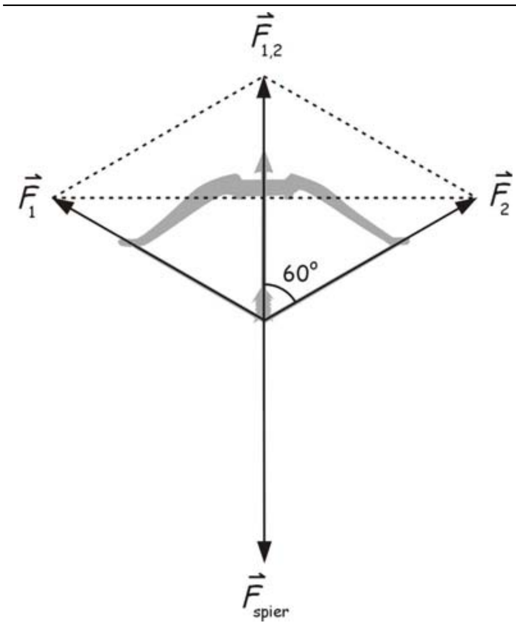


b $F_1 = 4,3 \times 200 = 860 = 8,6 \cdot 10^2$ N — 8,6·10^2 N

$F_2 = 4,8 \times 200 = 960 = 9,6 \cdot 10^2$ N — 9,6·10^2 N

10	***a***	Het grootste deel van het gewicht wordt gedragen door de meest verticale draad.	–
	b	$2{,}0 \cdot 10^4$ N, want de cabine hangt dan bijna geheel aan de linkerkant van de kabel.	$2{,}0 \cdot 10^4$ N
	c	1 cm $\hat{=}\ 5 \cdot 10^3$ N	–



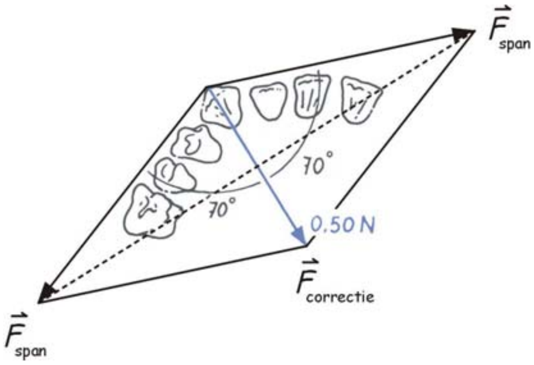
	d	$F_1 = 7{,}8 \times 5 \cdot 10^3 = 39 \cdot 10^3$ N $F_2 = 7{,}5 \times 5 \cdot 10^3 = 38 \cdot 10^3$ N	39 kN 38 kN
11	***a***	 $F_{span} = F_1 = F_2$ $F_{spier} = F_{1,2}$	–

b *1e manier:*
$F_{1,2}$ is een van de zijden van een gelijkzijdige driehoek, waarvan één zijde al bekend is, nl $F_{1,2}$ = F_1 = F_2 = 130 N. Dus ook F_{spier} = 130 N

2e manier:
Het krachtenparallellogram is een ruit. Hierin is $F_{1,2}$ een diagonaal, die door de andere diagonaal loodrecht door midden gedeeld wordt.

$F_{spier} = F_{1,2} = 2 \cdot F_{span} \cdot \cos 60 = 2 \cdot 130 \cdot \cos 60 = 130 \text{ N}$ 130 N

12



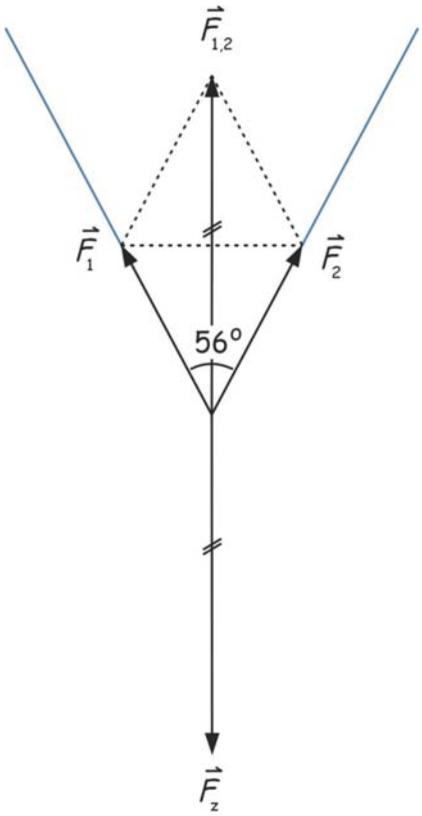
0,73 N

Het krachtenparallellogram is een ruit, dus

$$\frac{\frac{1}{2}F_{correctie}}{F_{span}} = \cos 70 \Rightarrow F_{span} = \frac{\frac{1}{2}F_{correctie}}{\cos 70} = \frac{0,25}{\cos 70} = 0,730.. = 0,73 \text{ N}$$

Dit kun je controleren in de constructie.

13 a



50 N

1 cm ≙ 20 N
Met meten vind je voor de spankrachten:
F_{span} = F_1 = F_2 = 50 N

b Het krachtenparallellogram is een ruit, dus

$$\frac{\frac{1}{2}F_z}{F_{span}} = \cos 28 \Rightarrow F_{span} = \frac{\frac{1}{2}F_z}{\cos 28} = \frac{45}{\cos 28} = 50,9.. = 51 \text{ N}$$ 51 N

c Noem de hoek tussen de twee touwen 2α.

$$F_{\text{span}} < 70 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\frac{1}{2}F_z}{F_{\text{span}}} > \frac{45}{70} = 0{,}642.. \Rightarrow \alpha < \cos^{-1} 0{,}642.. = 49{,}99..$$

De hoek tussen de touwen mag maximaal het dubbele zijn.

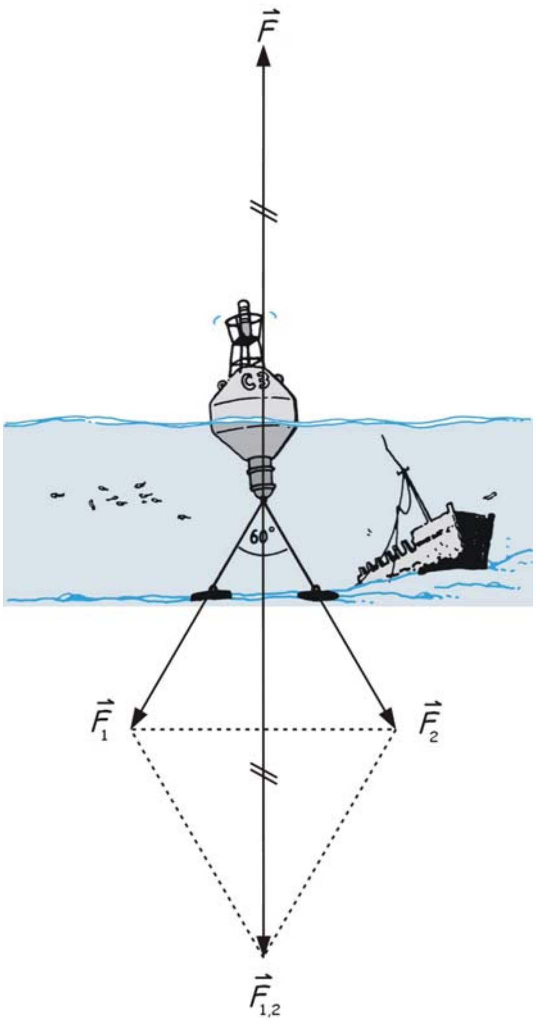
Maar pas op: je mag nu niet op 100° afronden, want dan wordt de hoek net iets te groot. Het antwoord is dus 99°.

99°

14 ***a*** De opwaartse kracht door het water is 4,4 kN; de zwaartekracht is 2,0 kN.

De spankrachten $\vec{F}_1$ en $\vec{F}_2$ in de kabels moeten dus samen de 2,4 kN omlaag leveren die nodig is om de boei op zijn plaats te houden.

De kracht $\vec{F}$ die verticaal omhoog wijst, is 2,4 kN groot.



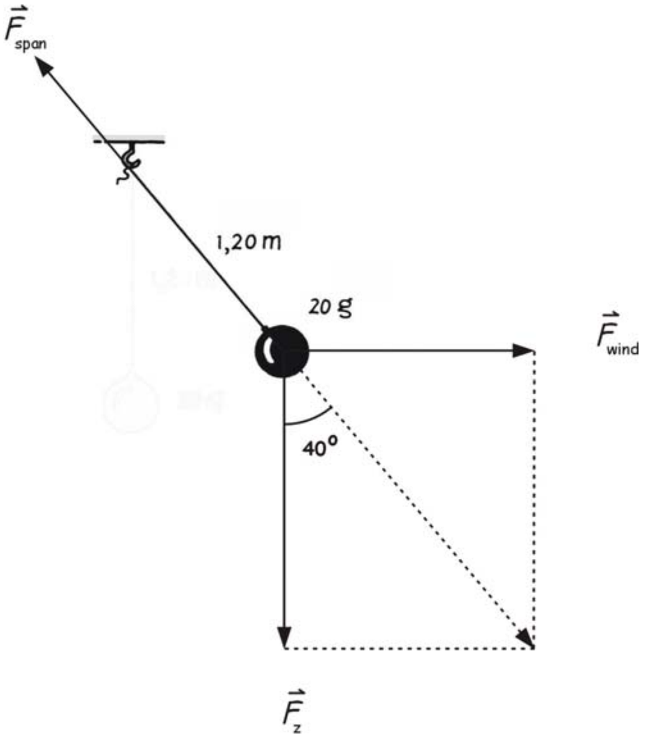
1,4 kN

Het krachtenparallellogram is een ruit, dus

$$\frac{\frac{1}{2}F_{omlaag}}{F_{span}} = \cos 30 \Rightarrow F_{span} = \frac{\frac{1}{2}F_{omlaag}}{\cos 30} = \frac{1{,}2\ (\text{kN})}{\cos 30} = 1{,}38.. = 1{,}4\ \text{kN}$$

Dit vind je ook door opmeten in de figuur.

15 ***a***



0,16 N

De som van de krachten is nul, dus: $\vec{F}_{span} = -(\vec{F}_z + \vec{F}_{wind})$

$F_z = m \cdot g = 0{,}020 \cdot 9{,}81 = 0{,}196..\ \text{N}$

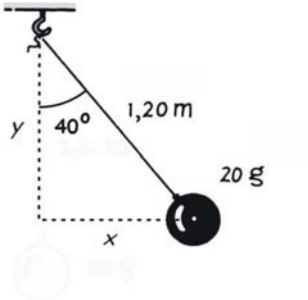
$\frac{F_{wind}}{F_z} = \tan 40 \Rightarrow F_{wind} = F_z \cdot \tan 40 = 0{,}196.. \cdot \tan 40 = 0{,}164.. = 0{,}16\ \text{N}$

b

$\frac{F_z}{F_{span}} = \cos 40 \Rightarrow F_{span} = \frac{F_z}{\cos 40} = \frac{0{,}196..}{\cos 40} = 0{,}256.. = 0{,}26\ \text{N}$

0,26 N

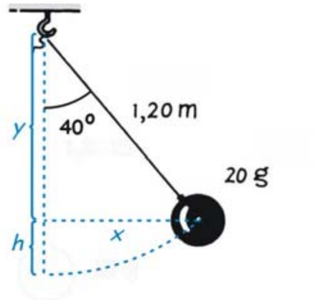
c



0,77 m

$\frac{x}{1{,}20} = \sin 40 \Rightarrow x = 1{,}20 \cdot \sin 40 = 0{,}771.. = 0{,}77\ \text{m}$

d



0,28 m

De bol beschrijft een stukje van een cirkel, dus:
$h + y = 1{,}20$ m

$$\frac{y}{1{,}20} = \cos 40 \Rightarrow y = 1{,}20 \cdot \cos 40 = 0{,}919..\text{ m}$$

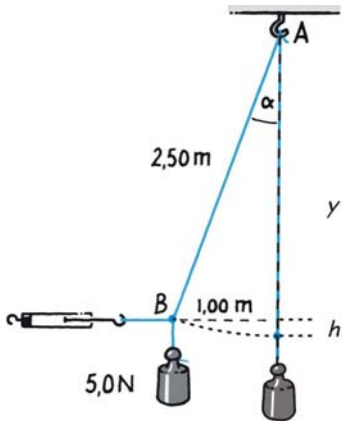
$$\Rightarrow h = 1{,}20 - y = 1{,}20 - 0{,}919.. = 0{,}280.. = 0{,}28\text{ m}$$

16 *a*

$$\sin\alpha = \frac{1{,}00}{2{,}50} \Rightarrow \alpha = 23{,}57.. = 23{,}6^\circ$$

23,6°

b



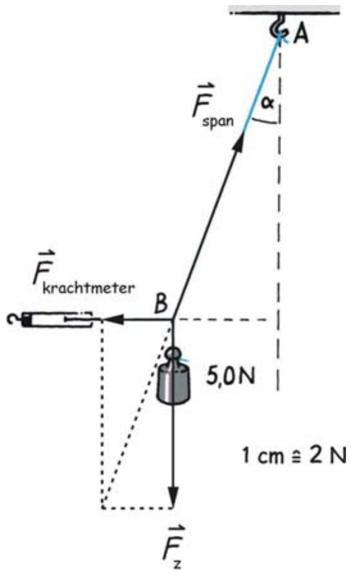
0,21 m

B gaat langs een cirkelbaan omhoog, dus $h + y = 2{,}50$ m.

$$y = \sqrt{2{,}50^2 - 1{,}00^2} = 2{,}291..\text{ m}$$

$$\Rightarrow h = 2{,}50 - 2{,}291.. = 0{,}208.. = 0{,}21\text{ m}$$

c

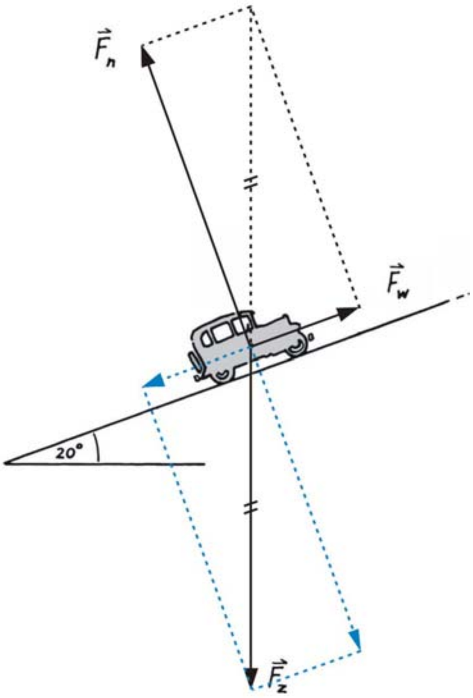


–

d
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{F_{span,x}}{F_z} = \tan\alpha \Rightarrow F_{span,x} = F_z \cdot \tan\alpha \\ F_{trek} = F_{span,x}\end{array}\right\} \Rightarrow F_{trek} = F_z \cdot \tan\alpha = 5{,}0 \cdot \tan 23{,}57.. = 2{,}18.. = 2{,}2 \text{ N}$$

2,2 N

17 a
b



–

c Zowel langs de helling als loodrecht op de heling geldt $\Sigma F = 0$

Langs de helling:

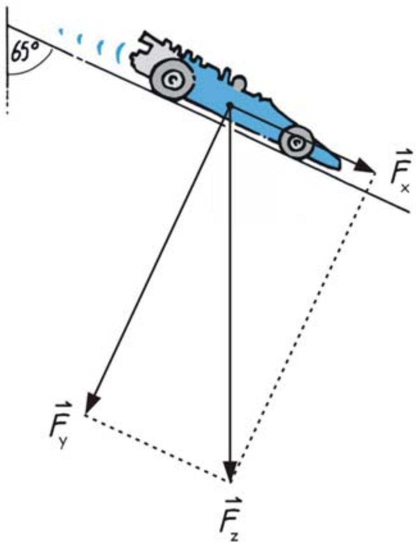
$F_w = F_{z,x} = F_z \cdot \sin 20 = 9{,}0 \cdot 10^3 \cdot \sin 20 = 3{,}07.. \cdot 10^3 = 3{,}1 \cdot 10^3$ N

Loodrecht op de helling:

$F_n = F_{z,y} = F_z \cdot \cos 20 = 9{,}0 \cdot 10^3 \cdot \cos 20 = 8{,}45.. \cdot 10^3 = 8{,}5 \cdot 10^3$ N

8,5 kN
3,1 kN

18 a



–

b

$F_x = F_z \cdot \cos\alpha = 1{,}00 \cdot \cos 65 = 0{,}422.. = 0{,}42$ N

$F_y = F_z \cdot \sin\alpha = 1{,}00 \cdot \sin 65 = 0{,}906.. = 0{,}91$ N

0,42 N
0,91 N

c

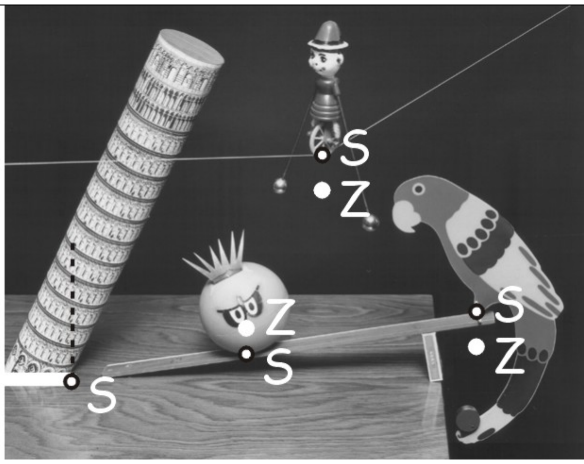
$F_z = m \cdot g \Rightarrow 1{,}00 = m \cdot 9{,}81 \Rightarrow m = \dfrac{1{,}00}{9{,}81} = 0{,}101..\ \text{kg}$

$F_{z,x} = m \cdot a_x \Rightarrow 0{,}422.. = 0{,}101.. \cdot a_x \Rightarrow a_x = \dfrac{0{,}422..}{0{,}101..} = 4{,}14.. = 4{,}1\ \text{m/s}^2$

4,1 m/s^2

Opgaven 4.3 – Hefbomen, katrollen en tandwielen

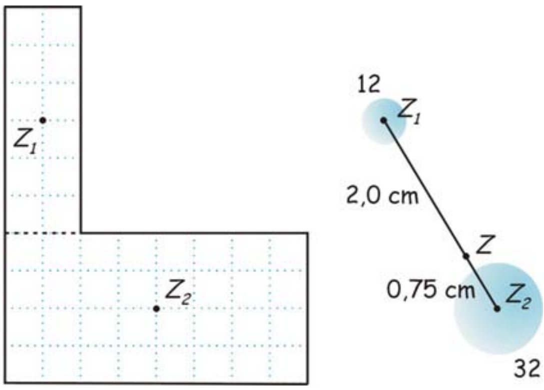
19



–

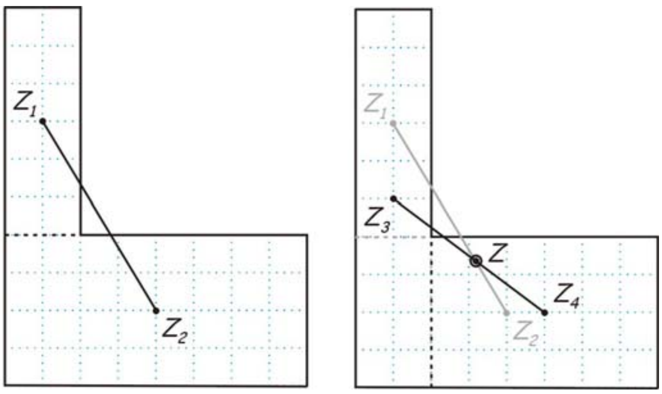
Bij de scheve toren ligt Z links van de stippellijn door S.
Bij de bal ligt Z boven het steunvlak/punt.
Bij de fietser en de papegaai ligt Z onder het steunpunt.

20 ***a*** Je kunt de figuur voorstellen door een halter met in Z_1 de massa van de bovenste 12 vakjes en in Z_2 de massa van de onderste 32 vakjes.



–

b



–

Z is snijpunt van twee lijnen Z_1Z_2 en Z_3Z_4.

21 ***a*** Links van S

$massa \times arm_{links} = massa \times arm_{rechts} \Rightarrow 5 \cdot d = 10 \cdot 10 \Rightarrow d = \frac{100}{5} = 20$ cm 20 cm

De 2x zo kleine massa staat 2x zo ver van S: 2 x 10 = 20 cm

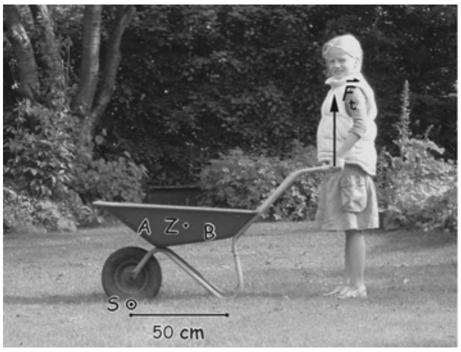
	b	$massa \times arm_{links} = massa \times arm_{rechts} \Rightarrow m \cdot 2{,}5 = 10 \cdot 10 \Rightarrow m = \frac{100}{2{,}5} = 40$ g Op 4x zo kleine afstand staat een 4x zo grote massa: 4 x 10 = 40 g	40 g
22		Eerste staafje: Verdeel het staafje in twee stukken die zich verhouden als 30 : 60 = 1 : 2. Het ene stuk is $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$ cm, het andere $\frac{2}{3} \cdot 60 = 40$ cm. Z ligt op 20 cm van het rechteruiteinde, 40 cm van het linkeruiteinde.	–
		Tweede staafje: Vervang de twee bolletjes links door een bolletje van 60 g er midden tussenin. Dit ligt dan op 21 + 18 = 39 cm van het bolletje uiterst rechts. Verdeel die 39 cm in twee stukken die zich verhouden als 30 : 60 = 1 : 2. Het ene stuk is $\frac{1}{3} \cdot 39 = 13$ cm, het andere $\frac{2}{3} \cdot 39 = 26$ cm. Z ligt 26 cm van het rechter uiteinde, op 13 +21 = 34 cm van het linkeruiteinde.	–
23	**a**	Het zwaartepunt van de liniaal ligt in het midden van de liniaal, dus op afstand 50,0 − *d* van S. Het zwaartepunt van de massa *m* ligt op afstand *d* van S.	–
	b	$massa \times arm_{links} = massa \times arm_{rechts}$ $20 \cdot d = 42 \cdot (50 - d) = 2100 - 42 \cdot d$ $\Rightarrow 20 \cdot d = 2100 - 42 \cdot d \Rightarrow 62 \cdot d = 2100 \Rightarrow d = \frac{2100}{62} = 33{,}87.. = 33{,}9$ cm	33,9 cm
	c	Op dezelfde manier: $m \cdot 15 = 42 \cdot (50 - 15) = 1470 \Rightarrow m = \frac{1470}{15} = 98$ g	98,0 g
	d	–	–
24	**a**	K_2 ligt in het midden van korte staafje. Aan het lange staafje hangt links 10 g en rechts 20 g. K_1 ligt dan op 20 cm van het linkeruiteinde en 10 cm van het rechteruiteinde. $massa \times arm_{links} = massa \times arm_{rechts} \Rightarrow 10\ (g) \cdot 20\ (cm) = 20\ (g) \cdot 10\ (cm)$ Klopt.	–
	b	Bij K_2 een staafje + 2 vogels: 10·0,5 + 10 + 10 = 25 g Bij K_1 een staaf + een vogel + massa bij K_2: 30·0,5 + 10 + 25 = 50 g	50 g 25 g
	c	A is de linker kant van het lange staafje; *d* = AK_1 Het zwaartepunt van het lange staafje, massa 15 g, ligt op 15 cm afstand van A. $massa \times arm_{links} = 50 \cdot d$ $massa \times arm_{rechts} = 15 \cdot 15 + 25 \cdot 30$ $\Rightarrow 50 \cdot d = 15 \cdot 15 + 25 \cdot 30 = 975 \Rightarrow d = \frac{975}{50} = 19{,}5$ cm	19,5 cm
25	**a**	$Z_{liniaal}$ bij x = 50,0 cm. De liniaal kantelt op de rand van de tafel. $d_{gewicht} = 78{,}4 - 60{,}0 = 18{,}4$ cm $d_{Z,liniaal} = 60{,}0 - 50{,}0 = 10{,}0$ cm	–
	b	$massa \times arm_{links} = massa \times arm_{rechts}$ $\Rightarrow 50 \cdot 18{,}4 = m_{liniaal} \cdot 10 \Rightarrow m_{liniaal} = \frac{50 \cdot 18{,}4}{10} = 92$ g	92,g
26	**a**	$M_{hand} = 500 \cdot 0{,}28 = 140 = 1{,}4 \cdot 10^2$ N·m	$1{,}4 \cdot 10^2$ N·m
	b	$F_{op\ spijker} \cdot 0{,}03 = 140 \rightarrow F_{op\ spijker} = \frac{140}{0{,}03} = 4666{,}.. = 5 \cdot 10^3$ N	5 kN
	c	Als het draaipunt dichter bij de spijker ligt, wordt de arm van de kracht op de spijker kleiner dan 3 cm; de kracht wordt dus groter.	–

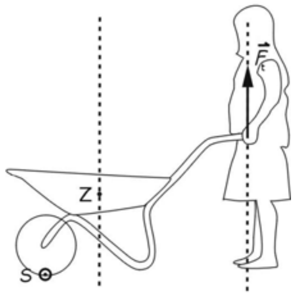
27 ***a***

Bij A.
Dan ligt de zak zo dicht mogelijk bij het draaipunt S. Het moment van de zwaartekracht op de zak ten opzichte van S is zo klein mogelijk.

Antwoord: -

b





Antwoord: –

c

In de foto staat 12,5 mm voor 50 cm; d_z = 7 mm en d_t = 26 mm

$$d_z = \frac{7}{12{,}5} \cdot 50 = 28 \text{ cm}$$

$$d_t = \frac{26}{12{,}5} \cdot 50 = 104 \text{ cm}$$

Antwoord: 28 cm
104 cm

d

$$F_t \cdot d_t = F_z \cdot d_z$$

$$\Rightarrow F_t \cdot 1{,}04 = 1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 0{,}28 \Rightarrow F_t = \frac{1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 0{,}28}{1{,}04} = 26{,}9.. = 27 \text{ N}$$

Antwoord: 27 N

28

$$M_{linksom} = M_{rechtsom}$$

$$\Rightarrow F \cdot 0{,}50 = 5{,}0 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}10 \Rightarrow F = \frac{5{,}0 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}10}{0{,}50} = 9{,}81.. = 9{,}8 \text{ N}$$

Antwoord: 9,8 N

29 ***a***

Bereken de momenten ten opzichte van het draaipunt S:

$$M_{linksom} = 8{,}0 \cdot 0{,}40 = 3{,}2 \text{ Nm}$$

$$M_{rechtsom} = F_{z,lat} \cdot 0{,}50 = m_{lat} \cdot 10 \cdot 0{,}50 = 5{,}0 \cdot m_{lat}$$

$$\Rightarrow 3{,}2 = m_{lat} \cdot 5{,}0 \Rightarrow m_{lat} = \frac{3{,}2}{5{,}0} = 0{,}64 \text{ kg}$$

Antwoord: 0,64 kg

b

$$\Sigma F = 0 = F_S + F_{krachtmeter} - F_{z,lat} = F_S + 8{,}0 - 6{,}4 \Rightarrow F_S = -1{,}6 \text{ N}$$

Dus F_S = 1,6 N, verticaal omlaag gericht.

Antwoord: 1,6 N

c

m hangt via de losse katrol aan twee touwtjes. Elk touwtje tilt 8,0 N. Het gewicht van de massa is dus 16 N.
(Dit volgt ook uit de toepassing van de gulden regel).

$$F_z = m \cdot 10 = 16 \Rightarrow m = \frac{16}{10} = 1{,}6 \text{ kg}$$

Antwoord: 1,6 kg

30 ***a***

De as van het motortje draait in dezelfde richting als de bol.
Vier tandwielen: 4 x verandering van draairichting geeft weer de oorspronkelijke draairichting.

Antwoord: –

b

Ieder volgende tandwiel draait 32/8 = 4 x langzamer dan het vorige.
De bol draait 4^4 = 256 x langzamer dan de as.

$$f_{motor} = \frac{256 \text{ omwentelingen}}{10{,}0 \text{ sec}} = 25{,}6 \text{ /sec}$$

Antwoord: 25,6 /sec

c

Opmeten in de figuur: de armen van de gewichten verhouden zich als 40 : 15.

$$m \cdot 15 = (100 + 900) \cdot 40 \Rightarrow m = \frac{(100 + 900) \cdot 40}{15} = 2666{,}.. = 2{,}7 \cdot 10^3 \text{ g}$$

Antwoord: 2,7 kg

d

$$F_{ketting} = (m_{bol+motor} + m_{contra}) \cdot g = (1{,}000 + 2{,}66..) \cdot 9{,}81 = 35{,}9.. = 36 \text{ N}$$

Antwoord: 36 N

Opgaven hoofdstuk 4

31 ***a*** Bijna 0 m: de afstand tussen de laser en de kijker. — 0 m

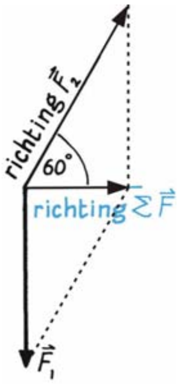
b $\frac{h}{250} = \tan 71 \Rightarrow h = 250 \cdot \tan 71 = 726,.. = 7,3 \cdot 10^2$ m — $7,3 \cdot 10^2$ m

c Afgelegde weg $s = 250 + 726,.. + \sqrt{250^2 + 726,..^2} = 1743,..$

Lichtsnelheid $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s Binas tabel 7

$s = v \cdot t \Rightarrow 1743,.. = 3,00 \cdot 10^8 \cdot t \Rightarrow t = \frac{1743,..}{3,00 \cdot 10^8} = 5,81.. \cdot 10^{-6} = 5,8 \cdot 10^{-6}$ s — 5,8 μs

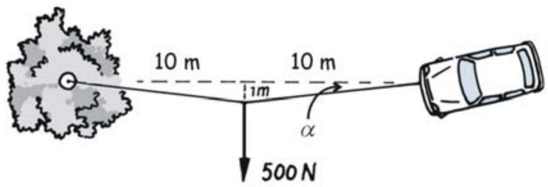
32 ***a*** ***b***



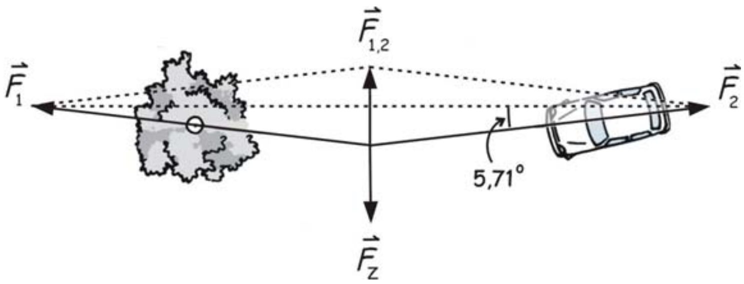
$\frac{23}{F_2} = \sin 60 \Rightarrow F_2 = \frac{23}{\sin 60} = 26,5.. = 27$ N — 27 N

$\frac{23}{\Sigma F} = \tan 60 \Rightarrow \Sigma F = \frac{23}{\tan 60} = 13,2.. = 13$ N — 13 N

33

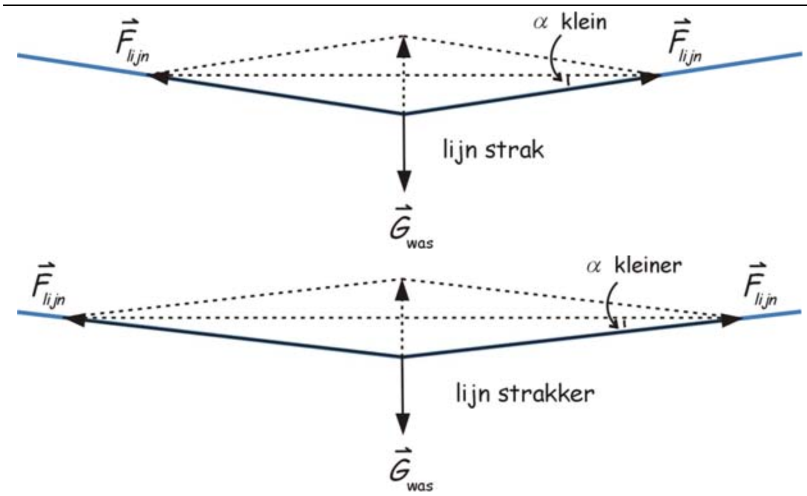


$\tan\alpha = \frac{1}{10} \Rightarrow \alpha = 5,71..$



$\frac{250}{F_{auto}} = \sin 5,71.. \Rightarrow F_{auto} = \frac{250}{\sin 5,71..} = 2512,.. = 2,5 \cdot 10^3$ N — 2,5 kN

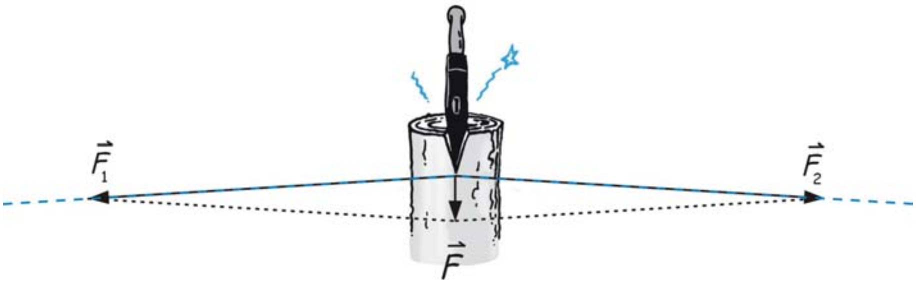
34 ***a***



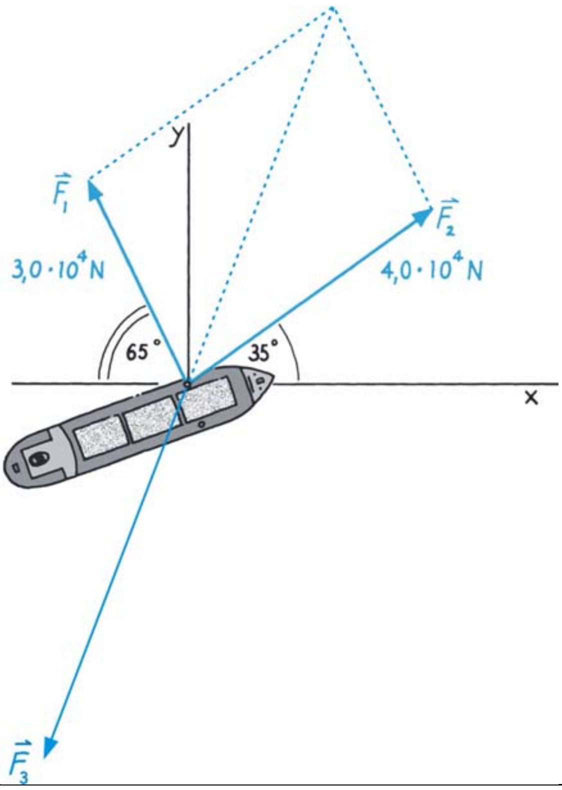
$$\frac{\frac{1}{2}G_{was}}{F_{lijn}} = \sin\alpha \rightarrow F_{lijn} = \frac{\frac{1}{2}G_{was}}{\sin\alpha}$$

Hoe strakker de draad gespannen is, des te kleiner α en (sin α) en des te groter F_{lijn}.

b



35 ***a***



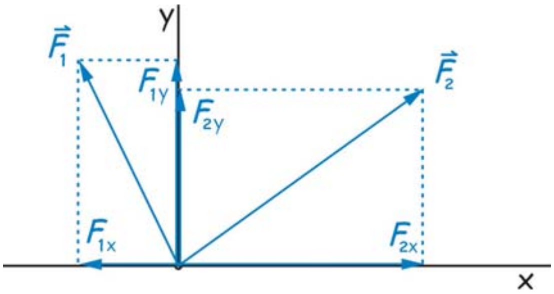
1 cm ≙ $1 \cdot 10^4$ N

$5{,}3 \cdot 10^4$ N

$\vec{F}_3 = -\Sigma\vec{F}_{1,2}$

Opmeten in figuur: 5,3 cm,
dus $F_3 = 5{,}3 \cdot 10^4$ N

b Zie voor de hoeken de vorige figuur.



$-1{,}3 \cdot 10^4$ N
$2{,}7 \cdot 10^4$ N
$3{,}3 \cdot 10^4$ N
$2{,}3 \cdot 10^4$ N

$F_{1,x} = -3{,}0 \cdot 10^4 \cdot \cos 65 = -1{,}26.. \cdot 10^4 = -1{,}3 \cdot 10^4$ N

$F_{1,y} = 3{,}0 \cdot 10^4 \cdot \sin 65 = 2{,}71.. \cdot 10^4 = 2{,}7 \cdot 10^4$ N

$F_{2,x} = 4{,}0 \cdot 10^4 \cdot \cos 35 = 3{,}27.. \cdot 10^4 = 3{,}3 \cdot 10^4$ N

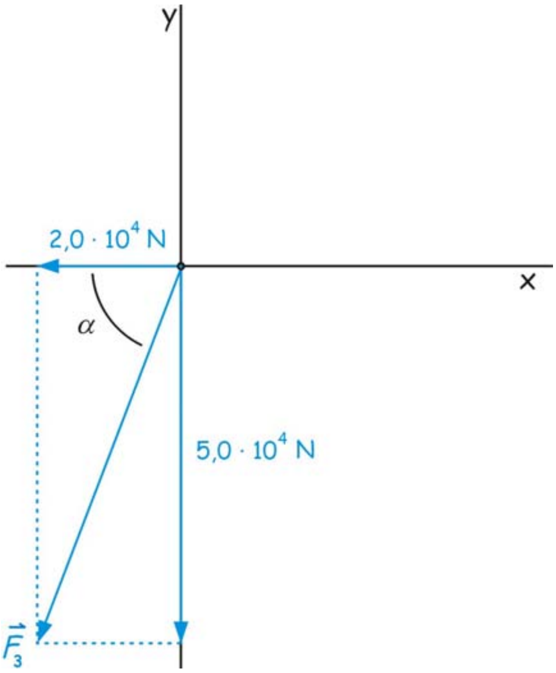
$F_{2,y} = 4{,}0 \cdot 10^4 \cdot \sin 35 = 2{,}29.. \cdot 10^4 = 2{,}3 \cdot 10^4$ N

c

	X (10^4 N)	Y (10^4 N)
F_1	−1,3	2,7
F_2	3,3	2,3
F_3	−2,0	−5,0
Σ*F*	0	0

$-2{,}0 \cdot 10^4$ N
$-5{,}0 \cdot 10^4$ N

d

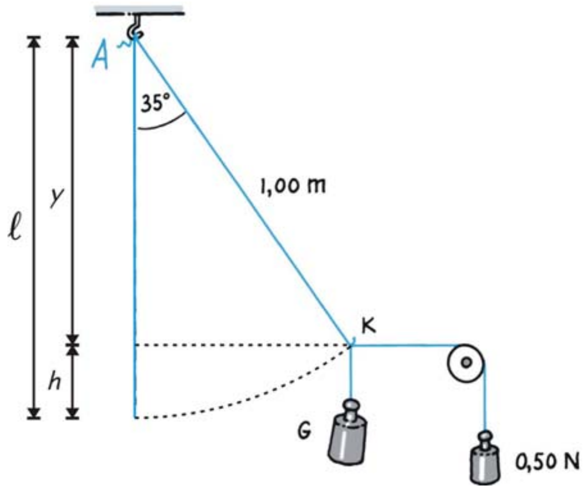


$5{,}4 \cdot 10^4$ N
68°

$F_3 = \sqrt{(2 \cdot 10^4)^2 + (5 \cdot 10^4)^2} = 5{,}4 \cdot 10^4$ N

$\tan\alpha = \dfrac{5 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4} = 2{,}5 \Rightarrow \alpha = 68{,}1.. = 68^\circ$

36 ***a***

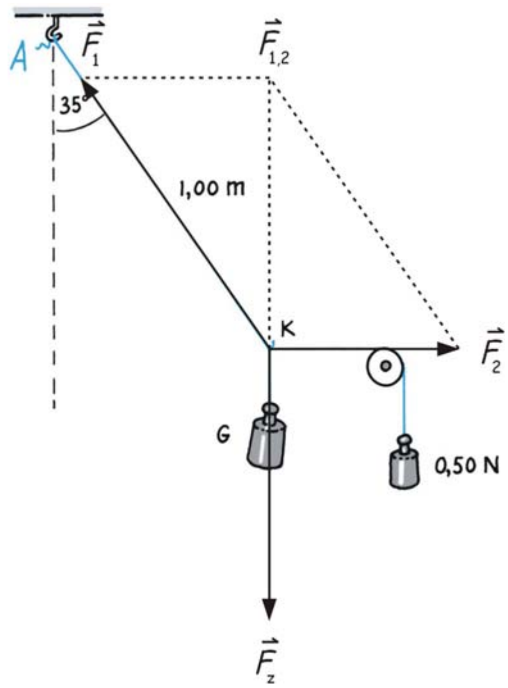


0,18 m

$h = l - y$ met $y = l \cdot \cos\alpha = 1{,}00 \cdot \cos 35 = 0{,}819..$ m

$\Rightarrow h = 1{,}00 - 0{,}819.. = 0{,}180.. = 0{,}18$ m

b



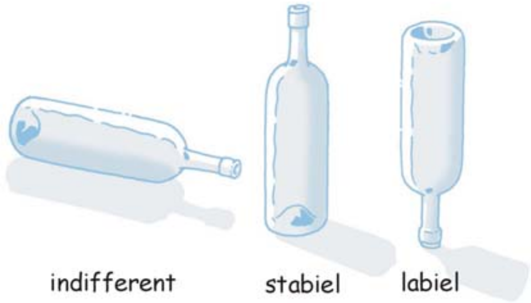
–

$\vec{F}_z = -\Sigma\vec{F}_{1,2}$

c $\dfrac{0{,}50}{F_{span}} = \sin 35 \Rightarrow F_{span} = \dfrac{0{,}50}{\sin 35} = 0{,}871.. = 0{,}87$ N — 0,87 N

d $\dfrac{0{,}50}{G} = \tan 35 \Rightarrow G = \dfrac{0{,}50}{\tan 35} = 0{,}714.. = 0{,}71$ N — 0,71 N

37 ***a***



–

b

het evenwicht is:	als Z bij een duwtje:
stabiel	omhoog gaat
labiel	omlaag gaat
indifferent	even hoog blijft

–

38 ***a*** De massa van 2 kg en de onbekende massa *m* willen het stelsel rechtsom laten draaien (met de klok mee), de massa van 1 kg wil het stelsel linksom laten draaien (tegen de klok in) –

b

$$massa \times arm_{links} = massa \times arm_{rechts}$$

$$1 \cdot 30 = 2 \cdot 10 + m \cdot 50$$

$$\Rightarrow m \cdot 50 = 30 - 20 = 10 \Rightarrow m = \frac{10}{50} = 0{,}2 = 0{,}20 \text{ kg}$$

0,20 kg

c

$$\Sigma(massa \times arm_{links}) = \Sigma(massa \times arm_{rechts})$$

–

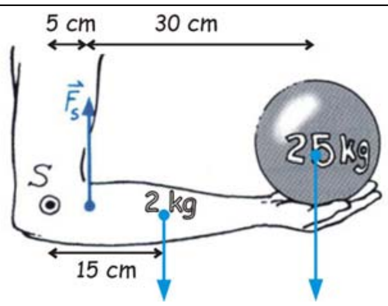
39 ***a***

$$M_{linksom} = M_{rechtsom}$$

$$F_s \cdot 0{,}05 = (25 \cdot 9{,}8) \cdot 0{,}35 \Rightarrow F_s = \frac{85{,}75}{0{,}05} = 1715 = 1{,}7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

1,7 kN

b



$$M_{linksom} = M_{rechtsom}$$

$$F_s \cdot 0{,}05 = (2 \cdot 9{,}8) \cdot 0{,}15 + (25 \cdot 9{,}8) \cdot 0{,}35 = 88{,}7.. \Rightarrow F_s = \frac{88{,}7..}{0{,}05} = 1775,.. = 1{,}8 \cdot 10^3 \text{ N}$$

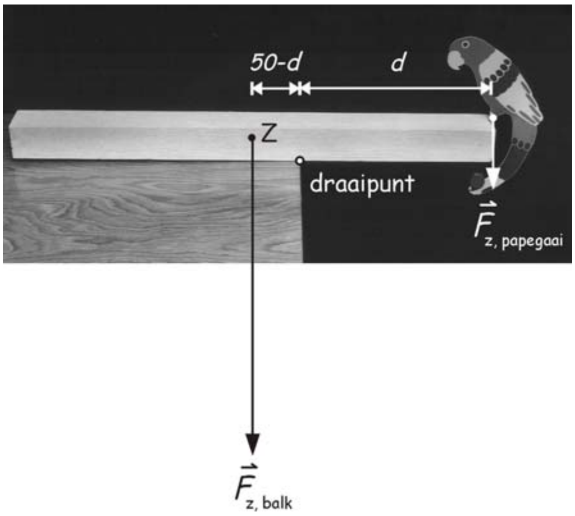
1,8 kN

40 ***a***

$$\left.\begin{aligned} \rho_{balsa} &= 0{,}15 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 0{,}15 \text{ g/cm}^3 \\ V &= l \cdot b \cdot h = 7{,}5 \cdot 7{,}5 \cdot 100 = 5625 \text{ cm}^3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow m = \rho \cdot V = 0{,}15 \cdot 5625 = 843{,}75 = 844 \text{ g}$$

–

b



d < 40,8 cm

Er is nog juist evenwicht als

$190 \cdot d = 843{,}75 \cdot (50 - d) \Rightarrow 190 \cdot d + 843{,}75 \cdot d = 843{,}75 \cdot 50$

$\Rightarrow 1033{,}75 \cdot d = 42187{,}5 \Rightarrow d = \dfrac{42187{,}5}{1033{,}75} = 40{,}81.. = 40{,}8 \text{ cm}$

c De tafel oefent op de balk in het kantelpunt een kracht verticaal omhoog uit.

$\Sigma F = 0$

$\Rightarrow F_{tafel} = F_{z,balk} + F_{z,papegaai} = \dfrac{(843{,}75 + 190)}{1000} \cdot 9{,}81 = 10{,}1.. = 10{,}1 \text{ N}$ — 10,1 N

41 Massa m hangt links: er is evenwicht als $m \cdot d_L = m_1 \cdot d_R$

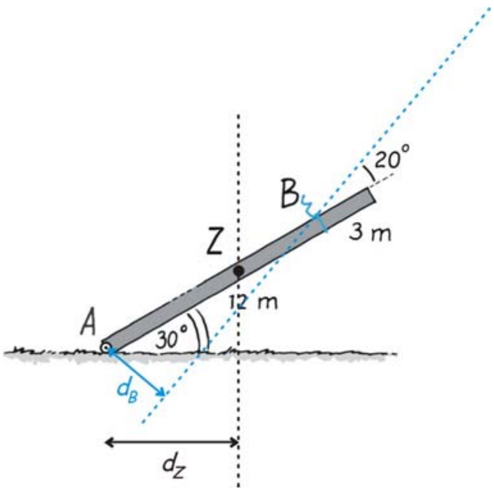
Massa m hangt rechts: er is evenwicht als $m \cdot d_R = m_2 \cdot d_L$

Vermenigvuldig de uitdrukkingen links en rechts van de gelijktekens met elkaar. –

$m^2 \cdot d_L \cdot d_R = m_1 \cdot m_2 \cdot d_R \cdot d_L$

$(\div d_L \cdot d_R) \Rightarrow m^2 = m_1 \cdot m_2 \Rightarrow m = \sqrt{m_1 \cdot m_2}$

42 a De armen d_B en d_z zijn de loodrechte afstanden vanuit A naar de werklijnen van $\vec{F}_B$ en $\vec{F}_z$.



–

b $d_z = 7{,}5 \cdot \cos 30 = 6{,}49.. = 6{,}5 \text{ m}$ — 6,5 m

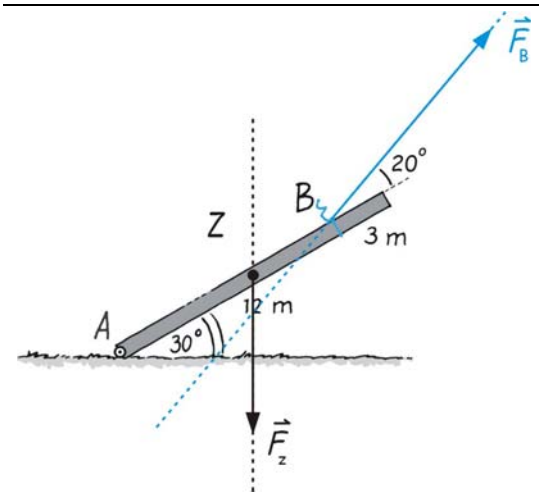
$d_B = 12 \cdot \sin 20 = 4{,}10.. = 4{,}1 \text{ m}$ — 4,1 m

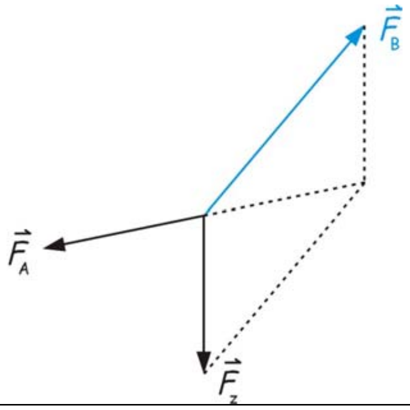
c $F_B \cdot d_B = F_z \cdot d_z$

$\Rightarrow F_B \cdot 4{,}10.. = (4{,}25 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81) \cdot 6{,}49.. = 270{,}.. \cdot 10^3$

$\Rightarrow F_B = \dfrac{270{,}.. \cdot 10^3}{4{,}10..} = 65{,}9.. \cdot 10^3 = 66 \cdot 10^3 \text{ N}$ — 66 kN

d





Blijkbaar haakt de paal bij A in de grond want $\vec{F}_A$ is schuin omlaag gericht.

43 ***a*** De massa is evenredig met het volume

$V_A = 4{,}0^3 = 64\ \text{cm}^3$ en $V_B = 3{,}0^3 = 27\ \text{cm}^3$

$m_A \cdot d_A = m_B \cdot d_B \Rightarrow 64 \cdot d_A = 27 \cdot d_B$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \dfrac{d_A}{d_B} = \dfrac{27}{64} \\ d_A + d_B = 40\ \text{cm} \end{array}\right\} \Rightarrow d_A = \frac{27}{(27+64)} \cdot 40 = 11{,}8.. = 12\ \text{cm}$$

12 cm

b De massa is evenredig met het oppervlak

$Opp_A = 6 \cdot 4{,}0^2 = 96\ \text{cm}^2$ en $Opp_B = 6 \cdot 3{,}0^2 = 54\ \text{cm}^2$

$m_A \cdot d_A = m_B \cdot d_B \Rightarrow 96 \cdot d_A = 54 \cdot d_B$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \dfrac{d_A}{d_B} = \dfrac{54}{96} \\ d_A + d_B = 40\ \text{cm} \end{array}\right\} \Rightarrow d_A = \frac{54}{(54+96)} \cdot 40 = 14{,}4.. = 14\ \text{cm}$$

14 cm

c

$$\left.\begin{array}{l} \rho_{pvc} = 1{,}3 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 = 1{,}3\ \text{g/cm}^3 \\ V_A = 64\ \text{cm}^3 \end{array}\right\} \Rightarrow m_A = \rho_{pvc} \cdot V_A = 1{,}3 \cdot 64 = 83{,}2\ \text{g}$$

$$\left.\begin{array}{l} \rho_{Al} = 2{,}7 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 = 2{,}7\ \text{g/cm}^3 \\ V_B = 27\ \text{cm}^3 \end{array}\right\} \Rightarrow m_B = \rho_{Al} \cdot V_B = 2{,}7 \cdot 27 = 72{,}9\ \text{g}$$

$m_A \cdot d_A = m_B \cdot d_B \Rightarrow 83{,}2 \cdot d_A = 72{,}9 \cdot d_B$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \dfrac{d_A}{d_B} = \dfrac{72{,}9}{83{,}2} \\ d_A + d_B = 40\ \text{cm} \end{array}\right\} \Rightarrow d_A = \frac{72{,}9}{(72{,}9+83{,}2)} \cdot 40 = 18{,}6.. = 19\ \text{cm}$$

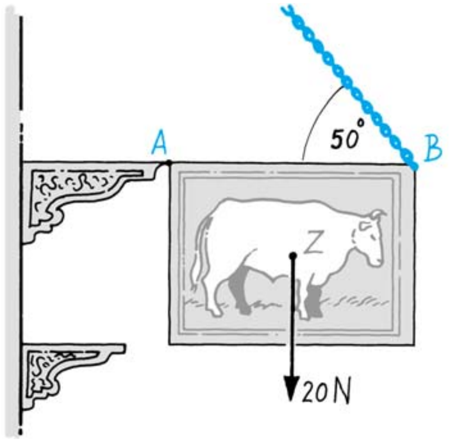
19 cm

44		I heeft 12 tanden; II heeft 8 tanden. Bij één keer bellen draait II $\frac{12}{8}=1{,}5\times$ rond. Dat doet III dan ook III heeft 28 tanden: IV heeft 10 tanden. Dan maakt IV $\frac{28}{10}\cdot 1{,}5=4{,}2$ omwentelingen	4,2
45	***a***	1, 4+5, 8 de ene kant op; 2+3, 6+7 de andere kant op.	–
	b	Elke volgende as draait $\frac{60}{20}=3\times$ langzamer dan de vorige. De laatste, vierde as draait $3^4=81\times$ langzamer dan de eerste. Dus $f_s=\dfrac{f_1}{81}=\dfrac{20}{81}=0{,}246..=0{,}25\text{ Hz}$	0,25 Hz
	c	Van tandwiel 1 naar tandwiel 2: $\left.\begin{array}{l}F_2=F_1\\ r_2=\frac{60}{20}\cdot r_1=3\cdot r_1\end{array}\right\}\Rightarrow M_2=3\cdot M_1$ Van tandwiel 2 naar tandwiel 3: $M_3=M_2\Rightarrow M_3=3\cdot M_1$ Op elke volgende as is het moment 3 x groter. De 'UIT-as' is de 4e as na de 'IN-as'. Daar is het moment toegenomen met een factor 3^4 = 81	81

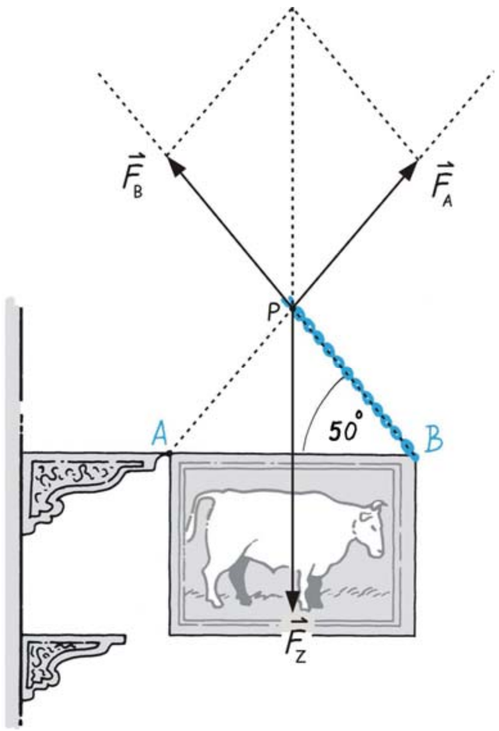
Toets

Een uithangbord

1 ***a*** De werklijn van F_B loopt langs de ketting. De werklijn van F_Z loopt verticaal door Z.
Het punt P is het snijpunt van deze twee werklijnen.
De werklijn van F_A is dan de rechte die door A en P gaat.



b
c[1] Teken eerst $\Sigma \vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_z$ .Ontbind daarna $\vec{F}_{A+B}$ langs de werklijnen door AP en BP.



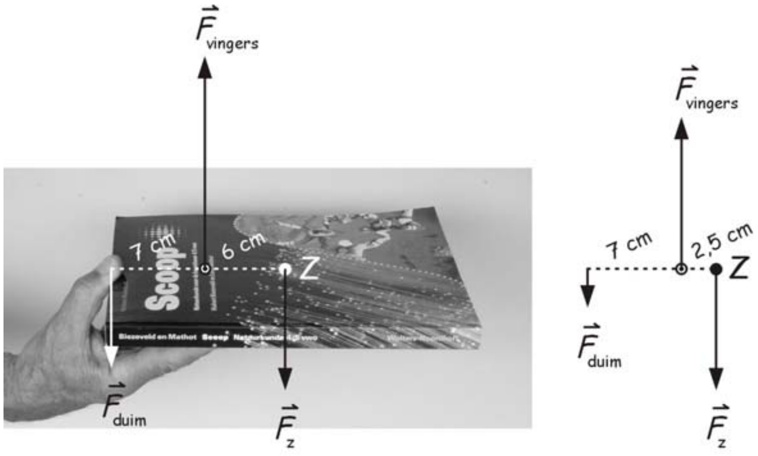
c[2] Opmeten in *deze* figuur: $F_A = F_B = 2{,}6$ cm . Staat voor $2{,}6 \times 5 = 13$ N
Maar als je net als in de opgave de hoek echt 40° maakt, zou je vinden: 16 N
$F_A = F_B = 3{,}1$ cm , dus $3{,}1 \times 5 = 15{,}5 = 16$ N

Een boek vasthouden Bekijk goed, is flink gewijzigd.

2 ***a***[1] De zwaartekracht F_z op het boek. –

a[2]

b



–

vasthouden aan korte kant

vasthouden aan lange kant

Z ligt voorbij de vingertoppen. $F_{vingers} = F_Z + F_{duim}$

Als je het boek vasthoudt aan de lange kant, ondersteun je het boek met je vingers veel dichter bij het zwaartepunt. De kracht die de duim moet leveren, wordt daardoor dus kleiner

c $F_{z,boek} \approx 8$ N

Pas op: volgens de tekst van de opgave zitten duim en vingers nu veel dichter bij elkaar, namelijk 4 cm. Dit is niet overeenkomstig de figuren hierboven.

Vasthouden aan de korte kant (kies het draaipunt bij de vingertoppen): 18 N

$M_{linksom} = M_{rechtsom}$

$F_{duim} \cdot 4 = 8{,}0 \cdot 9 \Rightarrow F_{duim} = \dfrac{72}{4} = 18$ N

Vasthouden aan de lange kant (kies het draaipunt bij de vingertoppen):

$M_{linksom} = M_{rechtsom}$ 11 N

$F_{duim} \cdot 4 = 8{,}0 \cdot 5{,}5 \Rightarrow F_{duim} = \dfrac{44}{4} = 11$ N

Op de fiets

3 ***a***[1] Het toerental van het achterwiel is hetzelfde als dat van het kleine tandwiel.

$f_{achter} = \frac{46}{20} \cdot 1{,}2 = 2{,}76 = 2{,}8 \text{ Hz}$

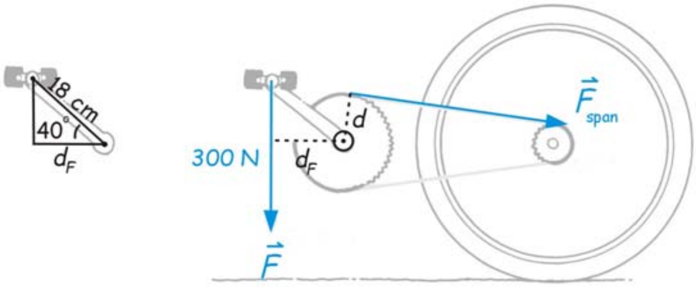
Je mag het toerental ook opgeven als het aantal omwentelingen per minuut $\Rightarrow$
toerental = 2,8·60 = 168 per minuut

2,8 Hz
168 p. min

a[2] Per seconde is de afgelegde afstand 2,8 (2,76) keer de omtrek (= $\pi \cdot d$) van het achterwiel, dus $v = 2{,}76 \cdot (\pi \cdot 0{,}68) = 5{,}89.. = 5{,}9 \text{ m/s} (\times 3{,}6) = 21{,}2.. = 21 \text{ km/h}$

21 km/h

b[1]



14 cm

De spankracht in het bovenste deel van de ketting is de helft een 'tweeling' (zie p. 73).
In de figuur is één van die twee helften getekend.

$d_F = 18 \cdot \cos 40 = 13{,}7.. = 14 \text{ cm}$

b[2] $M = F \cdot d_F = 300 \cdot 0{,}137.. = 41{,}3.. = 41 \text{ Nm}$

41 Nm

c Dit moment wordt doorgegeven via de ketting.

$M = F_{span} \cdot d = F_{span} \cdot r_{\text{tandwiel}}$

$\Rightarrow 41{,}3.. = F_{span} \cdot (\frac{1}{2} \cdot 0{,}19) \Rightarrow F_{span} = \frac{41{,}3..}{0{,}095} = 435{,}.. = 4{,}4 \cdot 10^2 \text{ N}$

$4{,}4 \cdot 10^2$N