

---

**Opgaven 7.1 – Kinetische energie en arbeid**


---

1	a	$E_z = m \cdot g \cdot h = 0,400 \cdot 9,81 \cdot 100 = 392,4 = 392 \text{ J}$	392 J
	b	$g_{\text{maan}} = 1,63 \text{ m/s}^2$ Binas tabel 31 $E_z = m \cdot g \cdot h = 0,400 \cdot 1,63 \cdot 100 = 65,2 = 65,2 \text{ J}$	65,2 J
2	a	$W = 1,8 \text{ J}$ . De arbeid die jij verricht hebt, vind je terug als zwaarte-energie van de stuiterbal.	1,8 J
	b	$W = F_z \cdot h = m \cdot g \cdot h$ $\Rightarrow 1,8 = 0,040 \cdot 9,81 \cdot h = 0,3924 \cdot h \Rightarrow h = 4,58.. = 4,6 \text{ m}$	4,6 m
	c	$E_z \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $1,8 = \frac{1}{2} \cdot 0,040 \cdot v^2 = 0,020 \cdot v^2 \Rightarrow v = 9,48.. = 9,5 \text{ m/s}$	9,5 m/s
3	a	$W = F \cdot s = 0,80 \cdot 0,60 = 0,48 = 0,48 \text{ J}$	0,48 J
	b	$W \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $0,48 = \frac{1}{2} \cdot 0,400 \cdot v^2 = 0,200 \cdot v^2 \Rightarrow v = 1,54.. = 1,5 \text{ m/s}$	1,5 m/s
4	a	$W \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $v = 40 \text{ km/h} = (\div 3,6) 11,1.. \text{ m/s}$ $W = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (11,1..)^2 = 49,3.. \cdot 10^3 = 49 \cdot 10^3 \text{ J}$	49 kJ
	b	$W = F_{\text{motor}} \cdot s$ $49,3.. \cdot 10^3 = F_{\text{motor}} \cdot 20 \Rightarrow F_{\text{motor}} = 2469,.. = 2,5 \cdot 10^3 \text{ N}$	2,5 kN
5	a	$\Delta E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$ $\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot \left(\frac{70}{3,6}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot \left(\frac{50}{3,6}\right)^2 = 74,0.. \cdot 10^3 = 74 \cdot 10^3 \text{ J}$	74 kJ
	b	$W = F_{\text{motor}} \cdot s \rightarrow \Delta E_k$ $74,0.. \cdot 10^3 = F_{\text{motor}} \cdot 50 \Rightarrow F_{\text{motor}} = 1481,.. = 1,5 \cdot 10^3 \text{ N}$	1,5 kN
	c	$s = v_{\text{gem}} \cdot t$ $v_{\text{gem}} = \frac{50+70}{2} = 60 \text{ km/h} = (\div 3,6) 16,6.. \text{ m/s}$ } $\Rightarrow 50 = 16,6.. \cdot t \Rightarrow t = 3,0 \text{ s}$	3,0 s
6	a	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,120 \cdot 8,0^2 = 3,84 = 3,8 \text{ J}$	3,8 J
	b	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow E_z = m \cdot g \cdot h$ $3,84 = 0,120 \cdot 9,81 \cdot h = 1,1772 \cdot h \Rightarrow h = 3,26.. = 3,3 \text{ m}$	3,3 m
7		$E_{\text{totaal}} = E_{k,0} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,025 \cdot 10,0^2 = 1,25 \text{ J}$	
	a	Alle (kinetische) energie wordt omgezet in zwaarte-energie. $E_{\text{totaal}} = E_{z,1} = m \cdot g \cdot h_1$ $\Rightarrow 1,25 = 0,025 \cdot 9,81 \cdot h_1 = 0,245.. \cdot h_1 \Rightarrow h_1 = 5,09.. = 5,1 \text{ m}$	5,1 m
	b1	$E_{z,2} = m \cdot g \cdot h_2 = \frac{1}{2} E_{\text{totaal}}$ $\Rightarrow 0,025 \cdot 9,81 \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \Rightarrow h_2 = 2,54.. = 2,5 \text{ m}$	2,5 m
	b2	$E_{k2} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} E_{\text{totaal}}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0,025 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \Rightarrow v_2^2 = 50 \Rightarrow v_2 = 7,07.. = 7,1 \text{ m/s}$	7,1 m/s

---

<b>c1</b>	$E_{k,3} = \frac{1}{2} m \cdot v_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,025 \cdot 5,0^2 = 0,3125 = 0,31 \text{ J}$	0,31 J
<b>c2</b>	$E_{\text{totaal}} = E_{k,3} + E_{z,3}$ $\Rightarrow 1,25 = 0,3125 + E_{z,3} \Rightarrow E_{z,3} = 0,9375 = 0,94 \text{ J}$	0,94 J
<b>c3</b>	$E_{z,3} = m \cdot g \cdot h_3$ $0,9375 = 0,025 \cdot 9,81 \cdot h_3 \Rightarrow h_3 = 3,825 = 3,8 \text{ m}$	3,8 m
<b>8 a</b>	$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ is altijd positief, ongeacht de richting van de snelheid, dus het teken van $v$ is onbepaald, want $v^2$ is altijd positief.	-
<b>b</b>	$E_{k,1} = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$ $\Rightarrow 7,00 = \frac{1}{2} \cdot 0,250 \cdot v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 56 \Rightarrow v_1 = 7,483 = 7,48 \text{ m/s}$	7,48 m/s
<b>c</b>	Op het hoogste punt is $v_2 = 0 \Rightarrow E_{k,2} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = 0$ $E_{z,1} + E_{k,1} = E_{z,2} + E_{k,2}$ $m \cdot g \cdot h_1 + E_{k,1} = m \cdot g \cdot h_2 + 0$ $\Rightarrow 0,250 \cdot 9,81 \cdot 4,00 + 7,00 = 0,250 \cdot 9,81 \cdot h_2$ $\Rightarrow 16,81 = 2,4525 \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = 6,854 = 6,85 \text{ m}$	6,85 m
<b>d</b>	Op dezelfde hoogte op de terugweg is de zwaarte-energie $E_z = m \cdot g \cdot h$ even groot als op de heenweg. Dan is ook de kinetische energie, dus de vaart, even groot als op de heenweg. Want $E_{\text{totaal}} = E_z + E_k$ blijft gelijk.	-
<b>e</b>	Op de grond $E_{z,0} = m \cdot g \cdot h_0 = 0$ $E_{z,1} + E_{k,1} = E_{z,0} + E_{k,0}$ $m \cdot g \cdot h_1 + E_{k,1} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + 0$ $\Rightarrow 0,250 \cdot 9,81 \cdot 4,00 + 7,00 = \frac{1}{2} \cdot 0,250 \cdot v_0^2$ $\Rightarrow 16,81 = 0,125 \cdot v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = 134,48 \Rightarrow v_0 = 11,59 = 11,6 \text{ m/s}$	11,6 m/s
<b>9 a</b>	Bij S is $v_S = 0 \Rightarrow E_{k,S} = 0$ $E_{z,S} + E_{k,S} = E_{z,A} + E_{k,A}$ $m \cdot g \cdot h_S + 0 = m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$ De onbekende massa $m$ kun je wegdelen! $\Rightarrow g \cdot h_S = g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot v_A^2$ $\Rightarrow 9,81 \cdot h_S = 9,81 \cdot 2,50 + \frac{1}{2} \cdot 4,0^2 = 32,525 \Rightarrow h_S = 3,31 = 3,3 \text{ m}$	3,3 m
<b>b</b>	Bij B is $h_B = 0 \Rightarrow E_{z,B} = 0$ $E_{z,B} + E_{k,B} = E_{z,A} + E_{k,A}$ $0 + \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 = m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$ Je kunt de onbekende massa $m$ weer wegdelen. $\Rightarrow \frac{1}{2} v_B^2 = g \cdot h_A + \frac{1}{2} v_A^2$ $\Rightarrow \frac{1}{2} v_B^2 = 9,81 \cdot 2,50 + \frac{1}{2} \cdot 4,0^2 = 32,525 \Rightarrow v_B^2 = 65,05 \Rightarrow v_B = 8,06 = 8,1 \text{ m/s}$ C ligt even hoog als A. $E_{z,C} = E_{z,A} \Rightarrow E_{k,C} = E_{k,A} \Rightarrow v_C = v_A = 4,0 \text{ m/s}$	8,1 m/s 4,0 m/s

---

**c**  $E_{z,D} + E_{k,D} = E_{z,A} + E_{k,A}$

$$m \cdot g \cdot h_D + \frac{1}{2} m \cdot v_D^2 = m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$$

Je kunt de onbekende massa  $m$  weer wegdelen.

2,0 m

$$\Rightarrow g \cdot h_D + \frac{1}{2} \cdot v_D^2 = g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot v_A^2$$

$$\Rightarrow 9,81 \cdot h_D + \frac{1}{2} \cdot 5,0^2 = 9,81 \cdot 2,50 + \frac{1}{2} \cdot 4,0^2 \Rightarrow 9,81 \cdot h_D = 20,025 \Rightarrow h_D = 2,04.. = 2,0 \text{ m}$$

---

**Opgaven 7.2 – Energieomzettingen en arbeid**

- 10 a** Rupsen: veerenergie → bewegingsenergie  
 Panda: veerenergie → bewegingsenergie → zwaarte-energie  
 Libellen: stralingsenergie → elektrische energie → bewegingsenergie  
 Vliegtuig: chemische energie → elektrische energie → bewegingsenergie  
 Stoommachine: chemische energie → thermische energie → bewegingsenergie →  
 → elektrische energie  
 → zwaarte-energie  
 → bewegingsenergie

- b** Bij de beweging moet steeds wrijving overwonnen worden. Die wrijving leidt tot een omzetting in thermische energie.

11	a1 Kracht	a2 Energie	b Arbeid
1	$F_{\text{spier}}(\uparrow)$ $F_z(\downarrow)$	$E_k$	$W_{\text{spier}} > 0$ want $E_k$ neemt toe ( $\vec{F}_{\text{spier}}$ en $\vec{s}$ gelijk gericht)
2	$F_z(\downarrow)$ $F_w(\downarrow)$	$E_k$ $E_z$	$W_z < 0$ want $E_k$ neemt af ( $\vec{F}_z$ en $\vec{s}$ tegengesteld gericht) $W_w < 0$ want versterkt de afname van $E_k$ ( $\vec{F}_w$ en $\vec{s}$ tegengesteld gericht)
3	$F_z(\downarrow)$	$E_z$	-
4	$F_z(\downarrow)$ $F_w(\uparrow)$	$E_z$ $E_k$	$W_z > 0$ want $E_k$ neemt toe ( $\vec{F}_z$ en $\vec{s}$ gelijk gericht) $W_w < 0$ want verzwakt de toename van $E_k$ ( $\vec{F}_w$ en $\vec{s}$ tegengesteld gericht)
5	$F_{\text{spier}}(\uparrow)$ $F_z(\downarrow)$	$E_k$	$W_{\text{spier}} < 0$ want $E_k$ neemt af ( $\vec{F}_{\text{spier}}$ en $\vec{s}$ tegengesteld gericht)
6	$F_{\text{spier}}(\uparrow)$ $F_z(\downarrow)$	-	-

- 12 a** In de figuur zijn vier hokjes gearceerd.  
 Samen stellen zij voor een arbeid van  $10 \cdot 10^3 \text{ (N)} \cdot 0,5 \text{ (m)} = 5 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 5 \cdot 10^3 \text{ J}$  5 kJ
- 
- b** Oppervlak onder de grafiek: 33 hokjes  
 $W_{\text{rem}} = -\frac{33}{4} \times 5 \cdot 10^3 = -41250 = -41 \cdot 10^3 \text{ Nm}$  -41 kJ
- 
- c** Blijkbaar kwam hij op het kussen met  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 41250$   
 $\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot v^2 = 41250 \Rightarrow v^2 = 1031,25 \Rightarrow v = 32,12 \approx 32 \text{ m/s}$  32 m/s  
 Hierbij is aangenomen dat  $F_{\text{rem}}$  de resultante is van  $F_{\text{veer,kussen}}$  en  $F_z$ .
- 
- d**  $E_z \rightarrow E_k$   
 $m \cdot g \cdot h = E_k$  53 m  
 $\Rightarrow 80 \cdot 9,81 \cdot h = 41250 \Rightarrow h = 52,5 \approx 53 \text{ m}$

13	a	$E_v \rightarrow E_k$ , maar niet geheel $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 0,90 \cdot E_v$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0,050 \cdot v^2 = 0,90 \cdot 14$ $\Rightarrow 0,025 \cdot v^2 = 12,6 \Rightarrow v^2 = 504 \Rightarrow v = 22,4.. = 22 \text{ m/s}$	22 m/s
	b	$E_z = m \cdot g \cdot h = 0,050 \cdot 9,81 \cdot 16,0 = 7,848 = 7,8 \text{ J}$	7,8 J
	c	Als je de wrijving verwaarloost: $(E_k + E_z)_{\text{top}} = (E_k + E_z)_{\text{start}}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0,050 \cdot v^2 + 7,848 = 12,6 + 0$ $\Rightarrow 0,025 \cdot v^2 = 4,752 \Rightarrow v^2 = 190,08 \Rightarrow v = 13,7.. = 14 \text{ m/s}$	14 m/s
14	a	$(E_k + E_z)_{\text{eind}} = (E_k + E_z)_{\text{begin}}$ $\frac{1}{2} m \cdot v_e^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot h_b$ Je kunt de onbekende massa wegdelen. $\Rightarrow \frac{1}{2} v_e^2 = g \cdot h$ $\Rightarrow v_e^2 = 2 \cdot g \cdot h_b = 2 \cdot 9,81 \cdot 0,80 = 15,696 \Rightarrow v_e = 3,96.. = 4,0 \text{ m/s}$	4,0 m/s
	b	$(E_k + E_z)_{\text{eind}} = (E_k + E_z)_{\text{begin}}$ $\frac{1}{2} m \cdot v_e^2 + 0 = \frac{1}{2} m \cdot v_b^2 + m \cdot g \cdot h_b$ Je kunt de onbekende massa weer wegdelen. $\Rightarrow \frac{1}{2} v_e^2 = \frac{1}{2} v_b^2 + g \cdot h$ $\Rightarrow v_e^2 = v_b^2 + 2 \cdot g \cdot h_b = 3,0^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot 0,80 = 24,696 \Rightarrow v_e = 4,96.. = 5,0 \text{ m/s}$	5,0 m/s
	c	$t$ berekenen uit de verticale beweging: $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ $\Rightarrow 0,80 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1,60}{9,81} = 0,163.. \Rightarrow t = \sqrt{0,163..} = 0,403.. \text{ s}$ Invullen in de horizontale beweging: $x = v \cdot t = 3,0 \cdot 0,403.. = 1,21.. = 1,2 \text{ m}$	1,2 m
	d	5,0 m/s Vergelijk de berekening bij <b>b</b> .	5,0 m/s
	e	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 8,0 \cdot 0,15^2 = 0,09 = 0,090 \text{ J}$	90 mJ
15	a	$F_v = C \cdot u = 8,0 \cdot 0,15 = 1,2 = 1,2 \text{ N}$	1,2 N
	b	$E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot 8,0 \cdot 0,15^2 = 0,09 = 0,090 \text{ J}$	90 mJ
	c	$t$ berekenen uit de verticale beweging: $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ $\Rightarrow 0,75 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1,50}{9,81} = 0,152.. \Rightarrow t = \sqrt{0,152..} = 0,391.. \text{ s}$ Invullen in de horizontale beweging: $x = v \cdot t$ $\Rightarrow 1,25 = v \cdot 0,391.. \Rightarrow t = \frac{1,25}{0,391..} = 3,19.. = 3,2 \text{ m/s}$	3,2 m/s
d	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,0074 \cdot (3,19..)^2 = 0,0378.. = 0,038 \text{ J}$	38 mJ	
e	$E_v - E_k = 90 - 38 = 52 \text{ mJ}$	52 mJ	

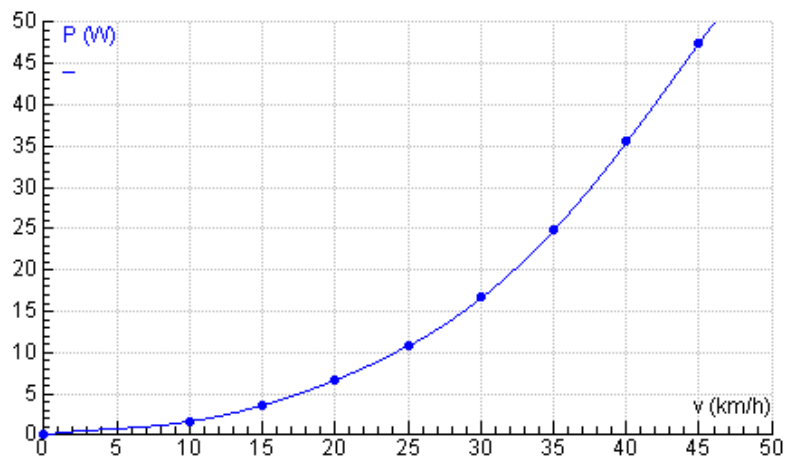
---

**Opgaven 7.3 – Energie in het verkeer / vermogen**


---

16	<p>Je spierarbeid wordt omgezet in zwaarte-energie.</p> $W_z \rightarrow E_z. \text{ En } P = \frac{W_z}{t} = \frac{E_z}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}$ <p>Je moet meten je massa <math>m</math>, de hoogte <math>h</math> van de trap en de tijd <math>t</math> waarin je boven komt.</p>	–
17	<p><b>a</b> De arbeid, die de motor verricht, vind je terug als zwaarte-energie van de last.</p> $W \rightarrow E_z = m \cdot g \cdot h$ $W = 80 \cdot 9,81 \cdot 12 = 9417, \dots = 9,4 \cdot 10^3 \text{ J}$	9,4 kJ
	<p><b>b</b> <math>W = P \cdot t</math></p> $9417, \dots = 200 \cdot t \Rightarrow t = 47,0 \dots = 47 \text{ s}$	47 s
	<p><b>c</b> Als de hijssnelheid constant is, is <math>F_{\text{motor}} = F_z</math>.</p> $P = F_{\text{motor}} \cdot v$ $\Rightarrow 200 = (80 \cdot 9,81) \cdot v = 784,8 \cdot v \Rightarrow v = 0,254 \dots \text{ m/s}$ $h = v \cdot t$ $\Rightarrow 12 = 0,254 \dots \cdot t \Rightarrow t = 47,0 \dots = 47 \text{ s}$	47 s
18	<p><b>a</b> <math>W = P \cdot t \rightarrow \Delta E_k</math></p> $W = 34,0 \cdot 10,0 = 340 \text{ J} = \Delta E_k$	340 J
	<p><b>b</b> <math>E_{k,2} = E_{k,1} + \Delta E_k</math></p> $\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + \Delta E_k$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 72,5 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 72,5 \cdot (12,1)^2 + 340$ $\Rightarrow 36,25 \cdot v_2^2 = 5647, \dots \Rightarrow v_2^2 = 155,78 \dots \Rightarrow v_2 = 12,48 \dots = 12,5 \text{ m/s}$	12,5 m/s
19	$P = \frac{F_z \cdot h}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{75 \cdot 9,81 \cdot 1}{1} = 735, \dots = 7,4 \cdot 10^2 \text{ W}$ <p>Volgens Binas tabel 5: 1 pk = <math>7,355 \cdot 10^2 \text{ W}</math></p> <p><i>N.B. De niet afgeronde waarden van de uitkomst verschilt van die Binas. Dat komt doordat volgens een oude definitie voor de Binas-waarde gebruik is gemaakt van <math>g = 9,80665 \text{ m/s}^2</math>. Dit is de gemeten waarde van <math>g</math> op <math>45^\circ \text{ NB}</math> op zeeniveau</i></p>	$7,4 \cdot 10^2 \text{ W}$
20	<p><b>a</b> Aflezen in grafiek</p> $F_w = F_r + F_L = 1,0 + 2,9 = 3,9 \text{ N}$	3,9 N
	<p><b>b</b> <math>P = F \cdot v = 3,9 \cdot \frac{45}{3,6} = 48,7 \dots = 49 \text{ W}</math></p> <p>Deze waarde is te laag, doordat de getallen bij de verticale as van de grafiek op p. 198 een factor 10 te klein zijn. In de derde druk is de grafiek gecorrigeerd.</p>	49 W

c	v (km/h)	v (m/s)	$F_r$ (N)	$F_L$ (N)	$F_{w,totaal}$ (N)	P (W)
	15	4,16..	0,55	0,3	0,8	3,5
	30	8,33..	0,70	1,3	2,0	17



21 a Als de snelheid constant is, is  $F_{motor} = F_w$   
 $v = 100 \text{ km/h} = 27,7.. \text{ m/s}$   
 $F_{motor} = 16 \cdot 10^3 \text{ N}$  }  $4,4 \cdot 10^5 \text{ W}$   
 $\Rightarrow P = F_{motor} \cdot v = 16 \cdot 10^3 \cdot 27,7.. = 4,44.. \cdot 10^5 = 4,4 \cdot 10^5 \text{ W}$

b Eerst de duur van de rit uitrekenen.  
 $x = v \cdot t$   
 $\Rightarrow 50 \text{ (km)} = 100 \text{ (km/h)} \cdot t \Rightarrow t = 0,5 \text{ h} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ s}$   $8,0 \cdot 10^8 \text{ J}$   
 $E = P \cdot t$   
 $\Rightarrow E = 4,44.. \cdot 10^5 \cdot 1,8 \cdot 10^3 = 8,0 \cdot 10^8 \text{ J}$

22  $E_{k,trein} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 142 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{140}{3,6}\right)^2 = 1,07.. \cdot 10^8 \text{ J}$   
 Na 8x remmen is teruggeleverd  $€ 12,89$   
 $8 \times 0,50 \cdot 1,07.. \cdot 10^8 = 4,29.. \cdot 10^8 = 429,.. \cdot 10^6 = 429,.. \text{ MJ}$   
 De besparing is  
 $429,.. \times €0,03 = €12,885.. = €12,89$

23  $W_z = 0$ , want de verplaatsing en zwaartekracht staan loodrecht op elkaar.  $0 \text{ J}$   
 $W_s = F_s \cdot s \cdot \cos \alpha = 120 \cdot 50 \cdot \cos 40 = 4596,.. = 4,6 \cdot 10^3 \text{ J}$   $4,6 \text{ kJ}$

24 a Oppervlak onder (F,s)-grafiek  $15 \text{ kJ}$   
 $1,0 \cdot 10^5 \cdot 0,15 = 15 \cdot 10^3 \text{ J}$

b  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$   $21 \text{ km/h}$   
 $15 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \cdot 850 \cdot v^2$   
 $\Rightarrow v^2 = \frac{15 \cdot 10^3}{425} = 35,2.. \Rightarrow v = 5,94.. \text{ m/s} = 21,3.. = 21 \text{ km/h}$

**c** Geabsorbeerd moet worden:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 850 \cdot \left(\frac{50}{3,6}\right)^2 = 81,9... \cdot 10^3 \text{ J}$$

zone	$F (10^5 \text{ N})$	$x \text{ (m)}$	absorptie (kJ)
1	1,0	0,15	15
2	1,5	0,05	7,5
3	2,0	0,10	20
4	3,0	0,10	30
samen		0,40	72,5
5	3,5	?	rest
Totaal		?	81,9..

43 cm

De rest,  $81,9.. - 72,5 = 9,48.. \text{ kJ}$ , wordt geabsorbeerd door zone 5.

$$9,48.. \cdot 10^3 = 3,5 \cdot 10^5 \cdot x \Rightarrow x = 0,027.. \text{ m}$$

De auto wordt  $0,40 + 0,027.. = 0,427.. = 0,43 \text{ m}$  korter.

**d** Door de kreukelzones moet geabsorbeerd worden

$$(1-0,60) \cdot 81,9... \cdot 10^3 = 32,7... \cdot 10^3 \text{ J}$$

zone	$F (10^5 \text{ N})$	$x \text{ (m)}$	absorptie (kJ)
1	1,0	0,15	15
2	1,5	0,05	7,5
samen		0,20	22,5
3	2,0	?	rest
Totaal		?	32,7..

25 cm

De rest,  $32,7.. - 22,5 = 10,2.. \text{ kJ}$ , wordt geabsorbeerd door zone 3.

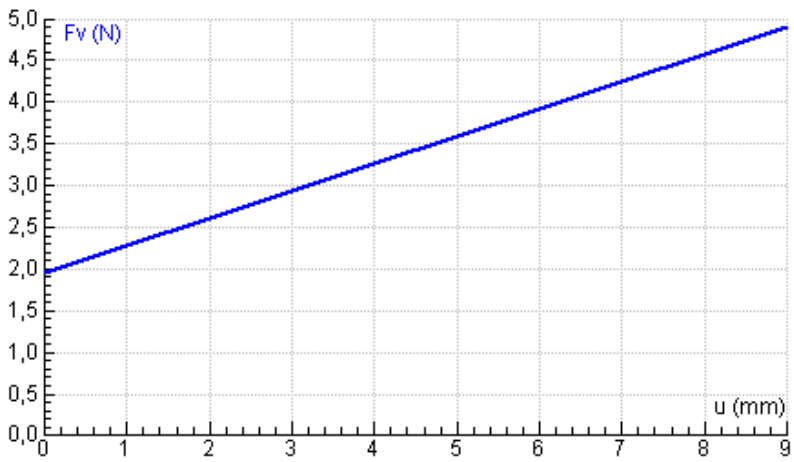
$$10,2... \cdot 10^3 = 2,0 \cdot 10^5 \cdot x \Rightarrow x = 0,051.. \text{ m}$$

De auto wordt  $0,20 + 0,051.. = 0,251.. = 0,25 \text{ m}$  korter.

---

**Opgaven Hoofdstuk 7**


---

- 25 Er raakt niets uitgeput. Tijdens het uitrijden werkt voortdurende de wrijvingskracht. Wel 'verdwijnt' de kinetische energie, maar die wordt omgezet in thermische energie. -
- 26 a  $E_{k,1} + W = E_{k,2}$   
 $0 + F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$  9,6 kN  
 $F \cdot 0,75 = \frac{1}{2} \cdot 0,040 \cdot 600^2 = 7200 \Rightarrow F = 9600 = 9,6 \cdot 10^3 \text{ N}$
- b1  $v_{\text{gem}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + 600}{2} = 300 \text{ m/s}$  300 m/s
- b2  $s = v_{\text{gem}} \cdot t$  2,5 ms  
 $0,75 = 300 \cdot t \Rightarrow t = 0,0025 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$
- c Als de kracht werkt over een langere afstand, is de verrichte arbeid op de kogel groter. Daarmee ook de toename van zijn kinetische energie, dus de eindsnelheid. -
- 27 a  $E_{k,1} + W = E_{k,2}$  8,0 kN  
 $\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - F_{\text{rem}} \cdot s_{\text{rem}} = 0$   
 $\frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot 40^2 - F_{\text{rem}} \cdot 200 = 0 \Rightarrow F_{\text{rem}} = 8000 = 8,0 \cdot 10^3 \text{ N}$
- b Neem aan dat de massa van held ongeveer 80 kg is, dus  $F_z \approx 800 \text{ N}$  10 : 1  
 $\frac{F_{\text{rem}}}{F_z} = \frac{8000}{800} \approx 10$
- c  $s = v_{\text{gem}} \cdot t$   
 $v_{\text{gem}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{40 + 0}{2} = 20 \text{ m/s}$  }  $\Rightarrow 200 = 20 \cdot t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$  10 s
- 28 a  -
- b  $E_{z, \text{pen}} \rightarrow E_{k, \text{pen}} \rightarrow E_{v, \text{veer}}$   
 $E_{z, \text{pen}} = m \cdot g \cdot h = 0,021 \cdot 9,81 \cdot 0,65 = 0,133.. \text{ J}$  als je de pen los laat.  
 $E_{v, \text{veer}} = F_{\text{gem}} \cdot u = \left( \frac{0,200 + 0,500}{2} \cdot 9,81 \right) \cdot 0,009 = 3,43.. \cdot 0,009 = 0,0309.. \text{ J}$  als de pen is in geklikt. 23%  
 $\Rightarrow \frac{E_{v, \text{veer}}}{E_{z, \text{pen}}} = \frac{0,0309..}{0,133..} = 0,230.. = 0,23 = 23\%$
-

<b>29 a</b>	$E_V = \frac{1}{2} C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (0,130)^2 = 0,169 = 0,17 \text{ J}$	0,17 J
<b>b</b>	$E_V \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $0,169 = \frac{1}{2} \cdot 6,0 \cdot 10^{-3} \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = 56,33 \Rightarrow v = 7,50 \dots = 7,5 \text{ m/s}$	7,5 m/s
<b>c</b>	$W_z = -F_z \cdot h = -m \cdot g \cdot h$ $W_z = -6,0 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 13,0 \cdot 10^{-2} = -0,00765 \dots = -7,7 \cdot 10^{-3} \text{ J}$	-7,7 mJ
<b>d</b>	<i>1<sup>e</sup> manier:</i> vanaf de grootste uitrekking van de veer: $E_V \rightarrow E_z = m \cdot g \cdot h$ $0,169 = 6,0 \cdot 10^{-3} \cdot h \Rightarrow h = 2,871 \dots = 2,9 \text{ m}$  <i>2<sup>e</sup> manier:</i> vanaf het moment van loslaten: Pas op: een deel van de veerenergie is dan al omgezet in zwaarte-energie, dus $E_k = 0,169 - 0,00765 \dots = 0,1613 \dots \text{ J}$ $E_k \rightarrow E_z = m \cdot g \cdot h$ $\Rightarrow 0,1613 \dots = 6,0 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot h \Rightarrow h = 2,741 \dots = 2,7 \text{ m}$ Deze uitkomst is inderdaad 13 cm kleiner dan bij de 1 <sup>e</sup> manier.	2,9 m 2,7 m
<b>30</b>	$E_{k, \text{aanloop}} \rightarrow E_{z, \text{sprong}} \left\{ \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = g \cdot h \right.$ $\left. \frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \right.$ want je kunt de onbekende massa wegdelen. Neem $v = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 9,81 \cdot h \Rightarrow h = 5,096 \dots = 5,1 \text{ m}$  Opmerking: Je berekent hier het hoogteverschil van het zwaartepunt van de springer. Je zou bij de te behalen spronghoogte, gemeten vanaf de grond, nog ongeveer de halve lichaamslengte kunnen optellen. Bovendien gebruikt de atleet tijdens de sprong ook nog de spierkracht van zijn armen om zich extra naar boven af te zetten. Het wereldrecord (mannen) ligt boven de 6 meter.	5,1 m
<b>31 a1</b>	$E_z = E_{z, \text{afzet}} + E_{z, \text{vlucht}}$ $E_z = m \cdot g \cdot h = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 0,60 = 0,0176 \dots = 0,018 \text{ J}$	0,018 J
<b>a2</b>	Na de afzet wordt snelheid omgezet in hoogte: $E_k \rightarrow E_{z, \text{vlucht}} = m \cdot g \cdot h_{\text{vlucht}}$ $\Rightarrow E_k = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 0,56 = 0,0164 \dots = 0,016 \text{ J}$	0,016 J
<b>a3</b>	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $0,0164 \dots = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = 10,98 \dots \Rightarrow v = 3,31 \dots = 3,3 \text{ m/s}$	3,3 m/s
<b>b</b>	$W = F_{\text{afzet, gem}} \cdot s \rightarrow E_k$ $F_{\text{afzet, gem}} \cdot 0,04 = 0,0164 \Rightarrow F_{\text{afzet, gem}} = 0,412 \dots = 0,41 \text{ N}$	0,4 N
<b>c</b>	$s = v_{\text{gem}} \cdot t$ $v_{\text{gem}} = \frac{0+3,31 \dots}{2} = 1,65 \dots \text{ m/s} \left\{ \Rightarrow 0,04 = 1,65 \dots \cdot t \Rightarrow t = 0,024 \dots = 0,02 \text{ s} \right.$	0,02 s
<b>d</b>	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3,31 \dots}{0,024 \dots} = 137, \dots \text{ m/s}^2$ $\frac{a}{g} = \frac{137, \dots}{9,81} = 13,9 \dots = 14$	14·g
<b>32 a</b>	$\frac{v_2}{v_1} = \frac{40 \text{ (km/h)}}{30 \text{ (km/h)}} = \frac{4}{3} = 1,33 \dots$	1,3

	<b>b</b>	$\frac{E_{k,2}}{E_{k,1}} = \frac{\frac{1}{2} m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} m \cdot v_1^2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1,77..$	1,8
	<b>c</b>	$E_{k, \text{begin}} + W = E_{k, \text{eind}}$ $E_{k, \text{begin}} - F_{\text{rem}} \cdot s_{\text{rem}} = 0 \Rightarrow F_{\text{rem}} \cdot s_{\text{rem}} = E_{k, \text{begin}}$ Dus $s_{\text{ren}}$ evenredig met $E_{k, \text{begin}}$ als $F_{\text{rem}}$ gelijk blijft. $\frac{s_{\text{rem},2}}{s_{\text{rem},1}} = \frac{E_{k,2}}{E_{k,1}} = \frac{16}{9} = 1,77..$	1,8
	<b>d</b>	Die is evenredig met de kinetische energie, dus in het meest ongunstige geval bijna twee keer zo groot.	-
<b>33</b>	<b>a</b>	$E_{k,1} + \Sigma W = E_{k,2}$ De kracht van de propeller en de wrijvingskracht remmen beide de snelheid. $\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - (F_{\text{propeller}} + F_w) \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$ $\frac{1}{2} \cdot 0,600 \cdot 0,90^2 - (0,40 + 0,15) \cdot 0,30 = \frac{1}{2} \cdot 0,600 \cdot v_2^2$ $\Rightarrow 0,300 \cdot v_2^2 = 0,243 - 0,165 = 0,078 \Rightarrow v_2^2 = 0,26 \Rightarrow v_2 = 0,509.. = 0,51 \text{ m/s}$	0,51 m/s
	<b>b</b>	$E_{k,1} + \Sigma W = E_{k,2} = 0$ $\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - (F_{\text{propeller}} + F_w) \cdot s = 0$ $\frac{1}{2} \cdot 0,600 \cdot 0,90^2 - (0,40 + 0,15) \cdot s = 0$ $\Rightarrow 0,55 \cdot s = 0,243 \Rightarrow s = 0,441.. = 0,44 \text{ m}$	0,44 m
	<b>c</b>	Start deze berekening vanuit stilstand links. De kracht van de propeller laat de snelheid toenemen, de wrijvingskracht remt hem af. $\Sigma W = E_{k,3}$ $(F_{\text{propeller}} - F_w) \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_3^2$ $(0,40 - 0,15) \cdot 0,441.. = \frac{1}{2} \cdot 0,600 \cdot v_3^2$ $\Rightarrow 0,300 \cdot v_3^2 = 0,110.. \Rightarrow v_3^2 = 0,368.. \Rightarrow v_3 = 0,606.. = 0,61 \text{ m/s}$	0,61 m/s
	<b>d</b>	Naar links $v_{\text{gem}} = \frac{0,90+0}{2} = 0,45 \text{ m/s}$ $s = v_{\text{gem}} \cdot t_1 \Rightarrow 0,441.. = 0,45 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 0,98.. \text{ s}$ Naar rechts $v_{\text{gem}} = \frac{0+0,606..}{2} = 0,303.. \text{ m/s}$ $s = v_{\text{gem}} \cdot t_2 \Rightarrow 0,441.. = 0,303.. \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = 1,45.. \text{ s}$ Totaal: $t = 0,98.. + 1,45.. = 2,43.. = 2,4 \text{ s}$	2,4 s
<b>34</b>	<b>a</b>	$E_{z,A} = m_A \cdot g \cdot h_A = 0,200 \cdot 9,81 \cdot 0,80 = 1,56.. = 1,6 \text{ J}$	1,6 J
	<b>b</b>	$m = m_A + m_B = 0,200 + 0,700 = 0,900 \text{ kg}$ , want beide massa's komen in beweging.	0,900 kg
	<b>c</b>	$E_{z,A} \rightarrow E_{k,A+B} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) \cdot v^2$ $1,56.. = \frac{1}{2} \cdot 0,900 \cdot v^2$ $\Rightarrow 0,450 \cdot v^2 = 1,56.. \Rightarrow v^2 = 3,48.. \Rightarrow v = 1,86.. = 1,9 \text{ m/s}$	1,9 m/s
<b>35</b>	<b>a</b>	$\left. \begin{array}{l} E_z = m \cdot g \cdot h \\ h = 1,50 \cdot \cos 60 = 0,75 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow E_z = 0,700 \cdot 9,81 \cdot 0,75 = 5,15.. = 5,2 \text{ J}$	5,2 J

	<b>b</b>	$E_z \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $5,150.. = \frac{1}{2} \cdot 0,700 \cdot v^2$ $\Rightarrow 0,350 \cdot v^2 = 5,150.. \Rightarrow v^2 = 14,71.. \Rightarrow v = 3,83.. = 3,8 \text{ m/s}$	3,8 m/s
	<b>c</b>	$W_w = -F_w \cdot s = -1,00 \cdot 1,50 = -1,50 \text{ J}$	-1,50 J
	<b>d</b>	$(E_{k,1} + E_z)_{\text{boven}} + W_{w,\text{onderweg}} = (E_{k,2})_{\text{beneden}}$ $\left(\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + E_z\right) + W_w = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$ $\left(\frac{1}{2} \cdot 0,700 \cdot 1,20^2 + 5,15..\right) - 1,50 = \frac{1}{2} \cdot 0,700 \cdot v_2^2$ $\Rightarrow 0,350 \cdot v_2^2 = 4,154.. \Rightarrow v_2^2 = 11,86.. \Rightarrow v_2 = 3,44.. = 3,4 \text{ m/s}$	3,4 m/s
<b>36</b>	<b>a</b>	$v_{\text{gem}} = \frac{50+0}{2} = 25 \text{ km/h} = (\div 3,6) 6,94.. = 6,9 \text{ m/s}$	6,9 m/s
	<b>b</b>	$s_{\text{rem}} = v_{\text{gem}} \cdot t = 6,94.. \cdot 0,08 = 0,555.. = 0,56 \text{ m}$	0,56 m
	<b>c</b>	$E_{k,1} + W_{\text{rem}} = E_{k,2}$ $\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - F_{\text{rem}} \cdot s_{\text{rem}} = 0$ $\frac{1}{2} \cdot 900 \cdot \left(\frac{50}{3,6}\right)^2 - F_{\text{rem}} \cdot 0,555.. = 0 \Rightarrow F_{\text{rem}} = 1,56... \cdot 10^5 = 1,6 \cdot 10^5 \text{ N}$	$1,6 \cdot 10^5 \text{ N}$
	<b>d1</b>	<p>De remweg van de bestuurder is met gordel <math>0,555.. + 0,12 = 0,675.. \text{ m}</math></p> $E_{k,1} + W_{\text{rem}} = E_{k,2}$ $\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - F_{\text{rem}} \cdot s_{\text{rem}} = 0$ $\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot \left(\frac{50}{3,6}\right)^2 - F_{\text{rem}} \cdot 0,675.. = 0 \Rightarrow F_{\text{rem}} = 1,14... \cdot 10^4 = 1,1 \cdot 10^4 \text{ N}$	$1,1 \cdot 10^4 \text{ N}$
	<b>d2</b>	<p>De remweg van de bestuurder zou dan even lang zijn als die van de auto.</p> $\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot \left(\frac{50}{3,6}\right)^2 - F_{\text{rem}} \cdot 0,555.. = 0$ $\Rightarrow F_{\text{rem}} = 1,38... \cdot 10^4 = 1,4 \cdot 10^4 \text{ N}$	$1,4 \cdot 10^4 \text{ N}$
	<b>e1</b>	<p>Lastig te beantwoorden.          Hoe groot is de snelheid van de ruit bij als de bestuurder er tegenaan botst?          Breekt de ruit? Vliegt de bestuurder door de ruit?          Vergruist de ruit, maar blijft hij heel?          Je zult een aanname moeten maken.          Neem bijvoorbeeld aan dat de auto stil staat als de bestuurder de ruit raakt en dat de ruit nog 2 cm meebeweegt.</p> $\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot \left(\frac{50}{3,6}\right)^2 - F_{\text{rem}} \cdot 0,02.. = 0$ $\Rightarrow F_{\text{rem}} = 3,8.. \cdot 10^5 = 4 \cdot 10^5 \text{ N}$	$4 \cdot 10^5 \text{ N}$
	<b>e2</b>	$\frac{F_{\text{rem}}}{F_z} = \frac{4 \cdot 10^5}{80 \cdot 9,81} \approx 500$	500 : 1
<b>37</b>	<b>a</b>	$E_{z,\text{begin}} = m \cdot g \cdot h = 0,060 \cdot 9,81 \cdot 26 = 15,3.. \text{ J}$ $E_{k,\text{eind}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,060 \cdot 20^2 = 12$ $\Rightarrow E_{\text{thermisch}} = E_{z,\text{begin}} - E_{k,\text{eind}} = 15,3.. - 12 = 3,3.. \text{ J}$ $\Rightarrow \frac{E_{\text{thermisch}}}{E_{z,\text{begin}}} = \frac{3,3..}{15,3..} = 0,215.. = 22\%$	22%
	<b>b</b>	<p>Bij het opvangen is <math> \Delta E_z  = m \cdot g \cdot  \Delta h  = 0,060 \cdot 9,81 \cdot 0,35 = 0,206.. \text{ J}</math></p> $E_k +  \Delta E_z  + W_{\text{rem}} = 0 \Rightarrow W_{\text{rem}} = -E_k -  \Delta E_z  = -12 - 0,206.. = -12 \text{ J}$	-12 J

	<b>c</b>	$W_{\text{rem}} = -F_{\text{rem}} \cdot s_{\text{rem}}$ $-12,2 \dots = -F_{\text{rem}} \cdot 0,35 \Rightarrow F_{\text{rem}} = 34,8 \dots = 35 \text{ N}$	35 N
<b>38</b>	<b>a</b>	$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ <p><math>\alpha</math> is de hoek tussen de richting van de kracht en de richting van de verplaatsing.</p> $F_{\text{trek},x} = 240 \text{ N} \rightarrow W > 0$ <p>want <math>\alpha = 0</math>, kracht en verplaatsing hebben dezelfde richting</p> $F_w = 185 \text{ N} \rightarrow W < 0$ <p>want <math>\alpha = 180</math>, kracht en verplaatsing zijn tegengesteld gericht</p> $F_n, F_z \text{ en } F_{\text{trek},y} = 181 \text{ N} \rightarrow W = 0$ <p>want <math>\alpha = 90</math>, de krachten staan loodrecht op de verplaatsing</p>	-
	<b>b</b>	$E_{k,1} + \Sigma W = E_{k,2}$ $\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + (F_{\text{trek},x} - F_w) \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$ $\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot (0,60)^2 + (240 - 185) \cdot 2,5 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot v_2^2$ $\Rightarrow 25 \cdot v_2^2 = 9 + 137,5 = 146,5 \Rightarrow v_2^2 = 5,86 \Rightarrow v_2 = 2,42 \dots = 2,4 \text{ m/s}$	2,4 m/s
	<b>c</b>	<p>In verticale richting is <math>\Sigma F = 0 \Rightarrow F_n + F_{\text{trek},y} - F_z = 0 \Rightarrow F_n = F_z - F_{\text{trek},y}</math></p> <p>Tijdens het trekken: <math>F_n = 490 - 181 = 309 \text{ N}</math></p> <p>Na het trekken: <math>F_n = 490 \text{ N}</math>, dus <math>\frac{490}{309} \times</math> zo groot.</p> <p>Dan is ook <math>F_w \frac{490}{309} \times</math> zo groot, dus dan <math>F_w = \frac{490}{309} \cdot 185 = 293,3 \dots = 293 \text{ N}</math></p>	293 N
	<b>d</b>	$E_{k,2} + W = 0$ $\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - F_w \cdot s_{\text{rem}} = 0$ $\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot (2,42 \dots)^2 - 293, \dots \cdot s_{\text{rem}} = 0 \Rightarrow s_{\text{rem}} = 0,499 \dots = 0,50 \text{ m}$	0,50 m
<b>39</b>	<b>a</b>	<p><math>v</math> constant <math>\Leftrightarrow F_{\text{motor}} = F_w</math></p> <p><math>v</math> wordt <math>\frac{120}{100} = 1,2 \times</math> zo groot.</p> <p><math>\Rightarrow F_{\text{motor}} = F_w \sim v^2</math> wordt <math>1,2^2 = 1,44 \times</math> zo groot.</p> <p>Voor dezelfde 100 km is dan nodig <math>1,44 \cdot 7,7 = 11,0 \dots = 11 \text{ L}</math></p>	11 L
	<b>b</b>	<p>Volgens Binas tabel 28A is uit <math>1 \text{ m}^3 (= 1000 \text{ L})</math> <math>33 \cdot 10^9 \text{ J}</math> te halen.</p> <p>Hier is nuttig uit 1 L <math>0,23 \cdot \frac{1}{1000} \cdot 33 \cdot 10^9 = 7,59 \dots \cdot 10^6 = 7,6 \cdot 10^6 \text{ J}</math></p>	$7,6 \cdot 10^6 \text{ J}$
	<b>c</b>	$E_{\text{ch}} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $E_{\text{ch}} = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot \left(\frac{100}{3,6}\right)^2 = 3,086 \dots \cdot 10^5 \text{ J}$ <p>Dit wordt geleverd door <math>\frac{3,086 \dots \cdot 10^5}{7,59 \dots \cdot 10^6} = 0,0406 \dots = 0,041 \text{ L}</math></p>	$41 \text{ cm}^3$
<b>40</b>		$E_{\text{ch}} \rightarrow E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ <p>Het aantal vingerhoedjes benzine is evenredig met <math>v^2</math></p>	
	<b>a</b>	<p><math>0 \rightarrow 30 \text{ km/h}</math>.</p> <p>De eindsnelheid is <math>2 \times</math> zo groot. Daarvoor zijn <math>2^2 = 4 \times</math> zo veel vingerhoedjes nodig.</p>	4
	<b>b</b>	<p><math>0 \rightarrow 15 \text{ km/h}</math> vraagt 1 vingerhoedje benzine.</p> <p><math>15 \rightarrow 30 \text{ km/h}</math> vraagt de rest: <math>4 - 1 = 3</math> vingerhoedjes.</p>	3
<b>41</b>	<b>a</b>	$\left. \begin{aligned} s &= v_{\text{gem}} \cdot t \\ v_{\text{gem}} &= \frac{0+14}{2} = 7,0 \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 55 = 7,0 \cdot t \Rightarrow t = 7,85 \dots = 7,9 \text{ s}$	7,9 s

<b>b</b>	<i>1<sup>e</sup> manier: arbeid en kinetische energie</i>	$\Sigma W = E_{k,2}$	$F_{\text{totaal}} \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$	$F_{\text{totaal}} \cdot 55 = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^4 \cdot 14^2 = 9,8 \cdot 10^5 \Rightarrow F_{\text{totaal}} = 1,78 \dots 10^4 = 1,8 \cdot 10^4 \text{ N}$	$1,8 \cdot 10^4 \text{ N}$
	<i>2<sup>e</sup> manier: kracht en versnelling</i>	$v = a \cdot t$	$14 = a \cdot 7,85 \dots \Rightarrow a = 1,78 \dots \text{ m/s}^2$	$\Rightarrow F_{\text{totaal}} = m \cdot a = 1,0 \cdot 10^4 \cdot 1,78 \dots = 1,78 \dots 10^4 = 1,8 \cdot 10^4 \text{ N}$	
<b>c</b>	$E_{k,2} \rightarrow E_z + E_{k,3}$	$\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v_3^2$	Je kunt de berekening vereenvoudigen door de massa $m$ weg te delen.	$\frac{1}{2} v_2^2 = g \cdot h + \frac{1}{2} v_3^2$	$7,7 \text{ m/s}$
		$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 14^2 = 9,81 \cdot 7,0 + \frac{1}{2} \cdot v_3^2 \Rightarrow v_3^2 = 58,66 \dots \Rightarrow v_3 = 7,65 \dots = 7,7 \text{ m/s}$			
<b>42</b>	<b>a</b>	$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$	$4,75 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 0,9683 \dots \Rightarrow t = 0,9840 \dots = 0,984 \text{ s}$	$0,984 \text{ s}$	
	<b>b</b>	$x = v_0 \cdot t$	$8,50 = v_0 \cdot 0,9840 \dots \Rightarrow v_0 = 8,637 \dots = 8,64 \text{ m/s}$	$8,64 \text{ m/s}$	
		$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (8,637 \dots)^2 = 0,373 \dots = 0,37 \text{ J}$		$0,37 \text{ J}$	
	<b>c</b>	$E_{k,1} + E_{z,1} = E_{k,2} + 0$	$\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$	Je kunt de berekening vereenvoudigen door de massa $m$ weg te delen.	$13,0 \text{ m/s}$
		$\Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 + g \cdot h_1 = \frac{1}{2} v_2^2$	$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (8,637 \dots)^2 + 9,81 \cdot 4,75 = \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 167,8 \dots \Rightarrow v_2 = 12,95 \dots = 13,0 \text{ m/s}$		
<b>43</b>	Tijdens de sprong is de daling $7,3 - 2,4 = 4,9 \text{ m}$	$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$	$4,9 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 1,0 \Rightarrow t = 1,0 \text{ s}$	$54 \text{ km/h}$	
	Binnen die tijd moet hij over de kloof zijn. De minimale snelheid volgt uit:	$x = v_0 \cdot t$	$15,0 = v_0 \cdot 1,0 \Rightarrow v_0 = 15 \text{ m/s} = (\times 3,6) 54 \text{ km/h}$		
<b>44</b>	De passeertijd volgt uit:	$x = v_0 \cdot t$	$0,50 = \frac{120}{3,6} \cdot t \Rightarrow t = 0,015 \text{ s}$	$1,1 \text{ mm}$	
	In die tijd is de daling:	$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (0,015)^2 = 0,00110 \dots = 0,0011 \text{ m}$			
<b>45</b>	<b>a</b>	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 5,75 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{300}{3,6}\right)^2 = 1,996 \dots 10^8 = 2,00 \cdot 10^8 \text{ J}$		$2,00 \cdot 10^8 \text{ J}$	
	<b>b</b>	$P_{\text{gem}} = \frac{E}{t} = \frac{1,996 \dots 10^8}{2} = 0,998 \dots 10^8 = 1,0 \cdot 10^8 \text{ W}$		$1,0 \cdot 10^8 \text{ W}$	
	<b>c</b>	$s = v_{\text{gem}} \cdot t$ $v_{\text{gem}} = \frac{0+300}{2} = 150 \text{ km/h} \left. \vphantom{\frac{0+300}{2}} \right\} \Rightarrow s = \left(\frac{150}{3,6}\right) \cdot 2 = 83,3 \dots = 83 \text{ m}$		$83 \text{ m}$	

---



---

**Toets**


---

**1 Een skiër**


---

**a** 1<sup>e</sup> manier:

$$E_{k,A} + W_z = E_{k,B}$$

$$0 + m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$$

 Je kunt de berekening vereenvoudigen door de massa  $m$  weg te delen.

34 m/s

$$\Rightarrow g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} v_B^2$$

$$\frac{1}{2} v_B^2 = 9,81 \cdot 60 \Rightarrow v_B^2 = 1,17 \dots \cdot 10^3 \Rightarrow v_B = 34,3 \dots = 34 \text{ m/s}$$


---

 2<sup>e</sup> manier:

$$E_{z,A} + E_{k,A} = E_{z,B} + E_{k,B}$$

$$m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$$

 Je kunt de berekening vereenvoudigen door de massa  $m$  weg te delen.

34 m/s

$$g \cdot h_A + \frac{1}{2} v_A^2 = g \cdot h_B + \frac{1}{2} v_B^2$$

$$\Rightarrow 9,81 \cdot 120 + 0 = 9,81 \cdot 60 + \frac{1}{2} v_B^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_B^2 = 9,81 \cdot (120 - 60) = 1,17 \dots \cdot 10^3 \Rightarrow v_B = 34,3 \dots = 34 \text{ m/s}$$


---

**b** Volgens de 1<sup>e</sup> manier:

$$E_{k,A} + W_z = E_{k,B}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$$

 Je kunt  $m$  weer wegdelen.

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot v_B^2$$

-

$$\frac{1}{2} \cdot v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 5^2 + 9,81 \cdot 60 \Rightarrow v_B^2 = 1,20 \dots \cdot 10^3 \Rightarrow v_B = 34,6 \dots = 35 \text{ m/s}$$

Het verschil bij B is veel minder dan 5 m/s. Maar voor topsport is het kleine verschil misschien toch belangrijk.

**c** Volgens de 1<sup>e</sup> manier:

$$E_{k,A} + W_z = E_{k,C}$$

$$0 + m \cdot g \cdot \Delta h_{AC} = E_{k,C}$$

$$70 \cdot 9,81 \cdot \Delta h_{AC} = 69 \cdot 10^3 \Rightarrow \Delta h_{AC} = 100,4 \dots \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_C = h_A - \Delta h_{AC} = 120 - 100,4 \dots = 19,5 \dots = 20 \text{ m}$$

20 m

 Volgens de 2<sup>e</sup> manier krijg je natuurlijk dezelfde uitkomst.

**2 Een waaghals**


---

**a**  $E_{k,1} + W_z = E_{k,2}$ 

$$0 + m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$$

 Je kunt  $m$  wegdelen.

23 m/s

$$\Rightarrow g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} v_2^2$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 = 9,81 \cdot 27 \Rightarrow v_2^2 = 529, \dots \Rightarrow v_2 = 23,0 \dots = 23 \text{ m/s}$$


---

**b** Haar frontale oppervlak  $A$ , en dus de remkracht die zij van het water ondervindt, is dan groot.

 Helemaal plat lijkt niet verstandig, zoals een schatting toont. Neem  $A = 0,7 \text{ m}^2$ .

-

$$F_{w,\max} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0,7 \cdot 23^2 = 2,6 \cdot 10^5 \text{ N}$$

Zal zij niet te pletter vallen?

- c** In verticale richting is het 'frontale' oppervlak ongeveer  $0,1 \text{ m}^2$ . Dan lijkt  $F_{w,\max}$  nog gevaarlijk groot.  
Maar als zij met gestrekte over elkaar geslagen voeten vooruit een 'speerpunt' maakt, zal de wrijving met het water niet onmiddellijk zo groot worden. Als zij het water splijt, zal haar 'frontale' oppervlak 'geleidelijk' groter worden, maar tegelijk zal haar snelheid al afnemen. –  
Zal zij de bodem van de bak niet raken?  
Zij kan natuurlijk onder water een hurkhouding aannemen om extra af te remmen.  
Waaghalzen die van zo hoge bruggen af springen, blijken de sprong te overleven.
- d** De zwaartekracht verricht arbeid over een afstand van 30 m. De (gemiddelde) wrijvingskracht remt af over een afstand van 3 m. De kinetische energie aan het begin is nul en moet dat op de bodem van de bak weer zijn. Dus minimaal  

$$W_z + W_w = 0$$

$$F_z \cdot 30 - F_{\text{gem},w} \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_{\text{gem},w} = 10 \cdot F_z$$
 N.B. Onder water ondervindt zij ook nog een opwaartse kracht. Dus  $F_{\text{gem},w}$  mag nog wat kleiner zijn. –

### 3 Een valtoeren

- a**  $W_{\text{motor}} \rightarrow E_z = m \cdot g \cdot h$   

$$P_{\text{motor}} = \frac{W_{\text{motor}}}{t} = \frac{E_z}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{(680 + 4 \cdot 60) \cdot 9,81 \cdot 33,5}{20} = 1,51 \cdot 10^4 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ W}$$
 15 kW
- b** Tussen C en E neemt de snelheid toe door de zwaartekracht:  $W_z \rightarrow E_k$   

$$F_z \cdot h_{\text{CE}} = m \cdot g \cdot h_{\text{CE}} = \frac{1}{2} m \cdot v_E^2$$
 Je kunt de berekening vereenvoudigen door de massa weg te delen.  

$$\Rightarrow g \cdot h = \frac{1}{2} v_E^2$$
 14,8 m  

$$\Rightarrow 9,81 \cdot h_{\text{CE}} = \frac{1}{2} \cdot 23^2 \Rightarrow h_{\text{CE}} = 26,96 \text{ m}$$
 Dit is het hoogteverschil tussen C en E.  

$$h_{\text{CE}} = 12,2 + R = 26,96 \Rightarrow R = 26,96 - 12,2 = 14,76 \text{ m} = 14,8 \text{ m}$$
- c**  $E_{k,E} + W_{\text{rem}} = E_{k,F}$   

$$\frac{1}{2} m \cdot v_E^2 - F_{\text{rem}} \cdot s = 0$$
 6,1 · 10<sup>2</sup> N  

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 23^2 - F_{\text{rem}} \cdot 26,0 = 0 \Rightarrow F_{\text{rem}} = 610 \text{ N} = 6,1 \cdot 10^2 \text{ N}$$