

Opgaven 10.1 – Afronden en rekenen			
1	a	$27,55 \leq l < 27,65 \text{ cm}$	-
	b	$0,5 \leq V < 1,5 \text{ L}$	-
	c	$11,5 \leq t < 12,5 \text{ uur}$	-
	d	$0,0595 \leq I < 0,0605 \text{ A}$	-
2	a	4 De nullen aan het begin tellen niet mee. De nullen aan het eind wel.	4
	b	4 De nullen aan het eind tellen mee.	4
	c	3 Het toevoegsel 10^3 telt niet mee voor de significante cijfers.	3
	d	3 Het toevoegsel 10^3 telt niet mee voor de significante cijfers.	3
	e	$0,02300 \rightarrow 2,300 \cdot 10^{-2}$ $120,0 \rightarrow 1,200 \cdot 10^2$ $7,35 \cdot 10^4 \rightarrow 7,35 \cdot 10^4$ $12,3 \cdot 10^{-3} \rightarrow 1,23 \cdot 10^{-2}$	-
3		De antwoorden kunnen voor ieder persoonlijk anders zijn. De getallen zijn niet het resultaat van metingen in een natuurkundig experiment.	
	a	Een kwartier? Een mooie wandeling duurt nooit te lang. Een saaie wandeling duurt al gauw te lang.	-
	b	1 à 2 minuten? Als je naar het station wandelt, kan dat net het verschil zijn tussen de trein halen of de trein missen.	-
	c	Die ene appel die maakt dat je net boven 1 kg uitkomt, is meestal geen bezwaar. Bij grote appels wordt het gewicht dan soms ruim 1,1 kg.	-
	d	0 km/h Vanuit oogpunt van verkeersveiligheid. In de praktijk wordt een overschrijding met 10% nog niet beboet.	-
	e	5 cm^3 ? Vullen is in de fabriek geautomatiseerd. Daarbij mag niet te veel misgaan.	-
	f	Geen dag korter! Als het tenminste een leuke vakantie is.	-
	g	-	-
4		De dikte van bijvoorbeeld 100 bladen meten en de uitkomst delen door 100. De absolute fout bij de meting met een geodriehoek is op zijn best $1/5$ schaaldeel, dus ongeveer 0,2 mm, ongeacht het aantal bladen. Relatieve fout is $\frac{0,2 \text{ mm}}{\text{gemeten dikte}} \cdot 100\%$	-
		Hoe groter de dikte die je meet, des te kleiner zal de relatieve fout zijn. (Als je door 100 deelt om de dikte van één blad te vinden, mag je ook de onzekerheid daarin delen door 100. De absolute fout voor één blad wordt dan 0,002 mm.)	
5	a	$\frac{0,5}{683} = 0,00073.. = 0,07\%$ $\frac{0,05}{43,6} = 0,0011.. = 0,1\%$	683 m
	b	$\frac{0,05}{27,6} = 0,0018.. = 0,2\%$ $\frac{0,00005}{0,0276} = 0,0018.. = 0,2\%$ Even grote relatieve fout, want de significante cijfers in beide metingen zijn identiek.	gelijk

	c	$\frac{0,0005}{0,786} = 0,00063.. = 0,06\%$ $\frac{0,05}{5,6} = 0,0089.. = 0,9\%$	0,786 kg
	d	$\frac{0,000005}{0,00345} = 0,0014.. = 0,1\%$ $\frac{0,5}{1200} = 0,00041.. = 0,04\%$	1200 cm
6	a	$51,5 \cdot 10^2 \leq p < 52,5 \cdot 10^2$ $13,45 \leq q < 13,55$ $1,65 \leq r < 1,75$	-
	b	$p: \frac{0,5 \cdot 10^2}{52 \cdot 10^2} = \frac{0,5}{52} = 0,0096.. = 1\%$ $q: \frac{0,05}{13,5} = 0,0037.. = 0,4\%$ $r: \frac{0,05}{1,7} = 0,029.. = 3\%$	1% 0,4% 3%
	c	In de uitkomst wint het kleinste aantal significante cijfers. Hier is dat aantal steeds 2. $p \cdot q = 52 \cdot 10^2 \times 13,5 = 7,02 \cdot 10^4 = 7,0 \cdot 10^4$ $p \cdot q \cdot r = 52 \cdot 10^2 \times 13,5 \times 1,7 = 1,19.. \cdot 10^5 = 1,2 \cdot 10^5$ $\frac{p \cdot q}{r} = \frac{52 \cdot 10^2 \times 13,5}{1,7} = 4,12.. \cdot 10^4 = 4,1 \cdot 10^4$ $\frac{1}{p \cdot q \cdot r} = \frac{1}{52 \cdot 10^2 \times 13,5 \times 1,7} = \frac{1}{1,19.. \cdot 10^5} = 8,37.. \cdot 10^{-6} = 8,4 \cdot 10^{-6}$	$7,0 \cdot 10^4$ $1,2 \cdot 10^5$ $4,1 \cdot 10^4$ $8,4 \cdot 10^{-6}$
7	a	$\frac{6,87 \times 5,1}{2,345} = 14,94.. = 15$. Maar ook kunnen $1 \cdot 10^1$ of 14,9	15
	b	$\frac{40,786}{5,8} = 7,032.. = 7,0$. Maar ook kunnen 7 of 7,03	7,0
	c	$178,26 \times 7,62 = 1,3583.. \cdot 10^3 = 1,36 \cdot 10^3$. Maar ook kunnen $1,4 \cdot 10^3$ of $1,358 \cdot 10^3$.	$1,36 \cdot 10^3$
	d	$\pi \times 4,77 = 14,985.. = 15,0$. Maar ook kunnen 15 of 14,99	15,0
	e	$2300 \times 4,1 = 9,43 \cdot 10^3 = 9,4 \cdot 10^3$. Maar ook kunnen $9 \cdot 10^3$ of $9,43 \cdot 10^3$	$9,4 \cdot 10^3$
	f	$2300 + 4,1 = 2304,1 = 2304$. Maar ook kunnen $2,30 \cdot 10^3$ of 2304,1 N.B. Bij optellen en aftrekken wint het kleinste aantal decimalen.	2304
8	a	$39 \cdot 10^4 \Omega$ Zie bovenste figuur in Binas 16 ^E : oranje=A; wit=B; geel=D.	$39 \cdot 10^4 \Omega$
	b1	$\pm 5\%$ goud=T	$\pm 5\%$
	b2	Minimaal: $0,95 \times 39 \cdot 10^4 = 37,0.. \cdot 10^3 = 37 \cdot 10^4 \Omega$ Maximaal $1,05 \times 39 \cdot 10^4 = 40,9.. \cdot 10^3 = 41 \cdot 10^4 \Omega$	$37 \cdot 10^4 \Omega$ $41 \cdot 10^4 \Omega$
	c	Tolerantie $\pm 1\%$ (bruin=T) Minimaal: $0,99 \times 39 \cdot 10^4 = 38,61.. \cdot 10^3 = 38,6 \cdot 10^4 \Omega$ Maximaal $1,01 \times 39 \cdot 10^4 = 39,39.. \cdot 10^3 = 39,4 \cdot 10^4 \Omega$	$38,6 \cdot 10^4 \Omega$ $39,4 \cdot 10^4 \Omega$
9	a	$\frac{10-9,81}{9,81} = 0,019.. = 2\%$	2%
	b	$\frac{\pi^2-9,81}{9,81} = \frac{0,0596..}{9,81} = 0,0060.. = 0,6\%$	0,6%

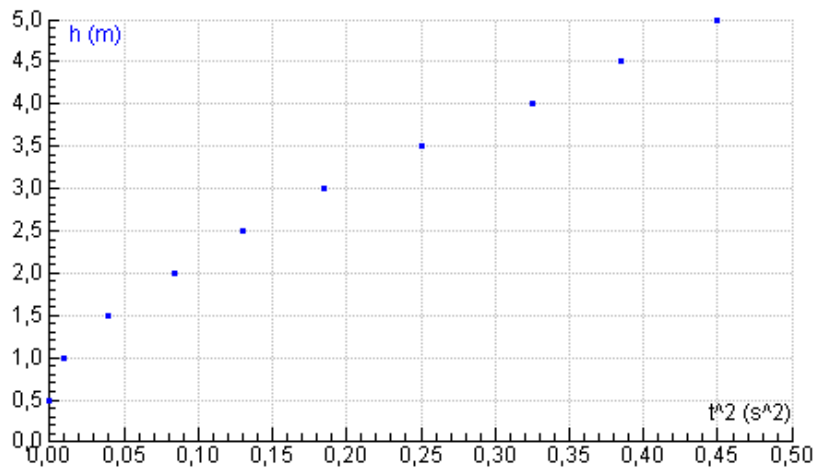
10	De benadering $\pi = 3,14$ is $\frac{\pi-3,14}{\pi} \cdot 100 = 0,000506... \cdot 100 = 0,05\%$ te klein.	
	Het vervangen van π door 3,14 levert zeker een te grote fout op, want: $71,995 \leq 72,00 < 72,005 \Rightarrow$	
	de fout in de diameter is $\frac{0,005}{72,00} \cdot 100 = 0,007\%$ te groot of te klein	-
	$23,995 \leq 24,00 < 24,005 \Rightarrow$ de fout in de hoogte is $\frac{0,005}{24,00} \cdot 100 = 0,02\%$ te groot of te klein.	
a	Oppervlak mantel: $A_{\text{mantel}} = \pi \cdot d \cdot h \Rightarrow$ de relatieve fout is 0,05% (zie hierboven)	0,05%
	de absolute fout = $(\pi - 3,14) \cdot 72,00 \cdot 24,00 = 2,75 \text{ m}^2$	2,75 m ²
b	Volume tank: $V_{\text{tank}} = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2 \cdot h \Rightarrow$ de relatieve fout is ook hier 0,05%	0,05%
	de absolute fout = $\frac{1}{4} \cdot (\pi - 3,14) \cdot 72,00^2 \cdot 24,00 = 49,5 \text{ m}^3$	49,5 m ³
11	Foucault: $\frac{500}{298000} = 0,00167... = 0,17\%$	0,17%
	Michelson: $\frac{4}{299796} = 1,33... \cdot 10^{-5} = 1,3 \cdot 10^{-3}\%$	$1,3 \cdot 10^{-3}\%$
	Grosse: $\frac{0,05}{299792,5} = 1,67... \cdot 10^{-7} = 1,7 \cdot 10^{-5}\%$	$1,7 \cdot 10^{-5}\%$
12	a $\sin 70 = 0,9396... = 0,940$	0,940
	b $\tan 55 = 1,428... = 1,43$	1,43
13	Absolute fout $0,07 \times 1276,943 = 89,3... .$ Het 3 ^e cijfer van de uitkomst (de 7) is al niet zeker en moet al afgerond worden. De correcte uitkomst wordt $128 \cdot 10^1 = 1,28 \cdot 10^3$. Dit laatste is de wetenschappelijke notatie.	$1,28 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

- 14 Noem t de tijd die gemeten had moeten worden, t_m de tijd die echt gemeten is en τ de systematische vertraging bij het meten.
Dan $t_m = t + \tau$

a $h = c \cdot t_m^2 = c \cdot (t + \tau)^2 = c \cdot t^2 + 2c \cdot \tau \cdot t + c \cdot \tau^2$

Stel $t^2 = z$, dan $h = c \cdot z + 2c \cdot \tau \cdot \sqrt{z} + c \cdot \tau^2$

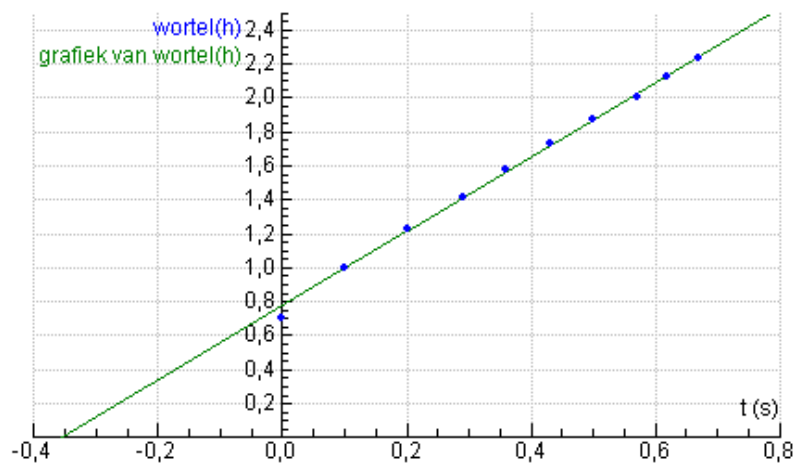
Door de term met \sqrt{z} is dit niet de vergelijking van een rechte lijn.



b $h = c \cdot t_m^2 \Rightarrow \sqrt{h} = \sqrt{c} \cdot t_m = \sqrt{c} \cdot t + (\sqrt{c} \cdot \tau)$

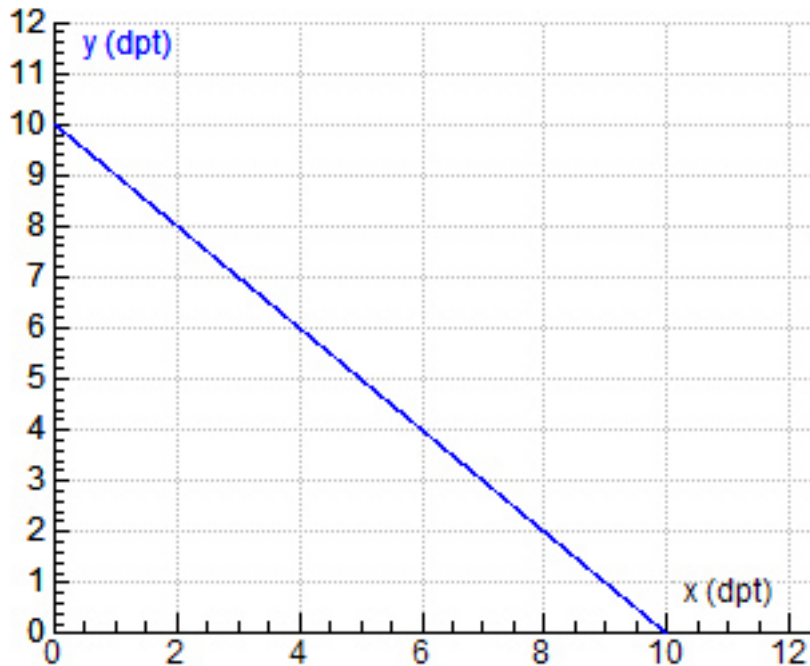
Van de vorm $\sqrt{h} = a \cdot t + b$

Dit is de vergelijking van een rechte lijn die niet door de oorsprong gaat.



N.B. Het snijpunt van de rechte met de horizontale as geeft $\tau = 0,35$ s

- 15 a Stel $v^{-1} = x$ en $b^{-1} = y$. Dan wordt de lenzenformule $x + y = f^{-1} \Rightarrow y = -x + f^{-1}$. Dit is de formule van een dalende rechte lijn. Voor $f = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$ wordt $f^{-1} = 10 \text{ dpt}$. Ook van x en y is de eenheid dioptrie. De grafiek ziet er dan zo uit:



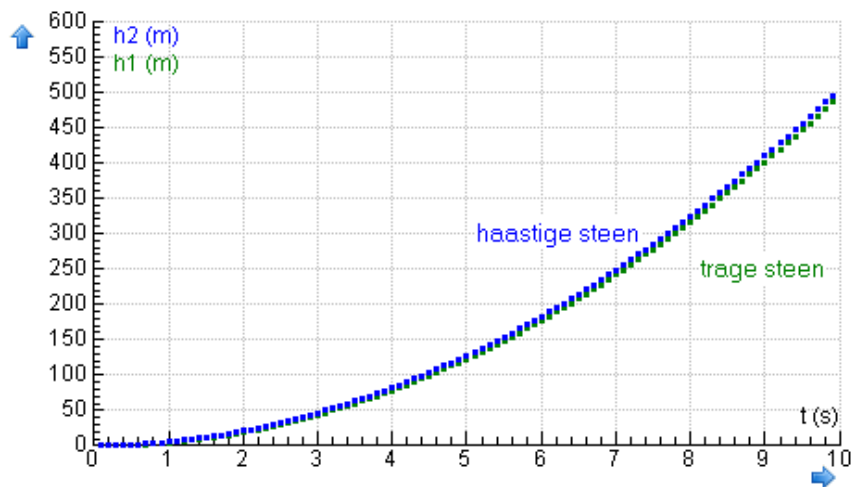
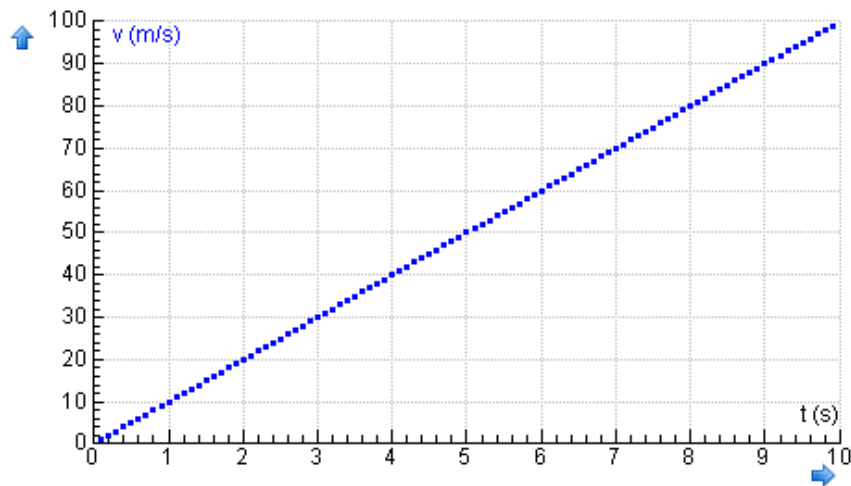
- b Via de snijpunten van de rechte met de assen.
 Snijpunt met de X-as: $y = 0 \Rightarrow x = f^{-1}$
 Snijpunt met de Y-as: $x = 0 \Rightarrow y = f^{-1}$
-
- 16 a Met welke snelheid komen zij op de grond? Tijdens de val worden ze sterk afgeremd door de luchtwrijving.
 $\Sigma F = F_z - F_L = m \cdot g - k \cdot v$
 Constante eindsnelheid als $\Sigma F = 0 \Rightarrow v_{\text{eind}} = \frac{m \cdot g}{k}$.
 De kleine massa van insecten leidt tot een erg kleine eindsnelheid. Zij vallen dus niet hard.
- b Een struisvogelei heeft een groter oppervlak waardoorheen warmte naar binnen kan dringen. De opwarmtijd zou daardoor korter worden.
 $A \sim l^2$, dus de opwarmtijd zou $2,5^2 = 6,25$ x zo kort worden.
 Het volume van het struisvogelei is echter ook groter. Er is meer warmte nodig. De opwarmtijd zou langer worden.
 $V \sim l^3$, dus de opwarmtijd zou $2,5^3 = 15,6$ x zo lang worden.
 De verkorting door het grotere oppervlak en de verlenging door het grotere volume leiden uiteindelijk tot een $\frac{2,5^3}{2,5^2} = 2,5$ x zo lange opwarmtijd: $2,5 \times 5 = 12,5 \text{ min}$
-
- 17 a Binas tabel 9: $\rho_{\text{constantaan}} = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ bij $T = 293 \text{ K}$
 Binas tabel 10: $\rho_{\text{marmer}} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ bij $T = 293 \text{ K}$
- b Binas tabel 8: $T_{\text{smelt,aluminium}} = 933 \text{ K} = 660 \text{ }^\circ\text{C}$ bij $p = p_0$
 Binas tabel 11: $T_{\text{smelt,benzine}} = 123 \text{ K} = -150 \text{ }^\circ\text{C}$ bij $p = p_0$
- c Binas tabel 15A: $v_{\text{geluid,zeewater}} = 1,51 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ bij $T = 293 \text{ K}$
 Binas tabel 15A: $v_{\text{geluid,helium}} = 0,965 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ bij $T = 273 \text{ K}$

	d	Binas tabel 40: cesium → Cs	-
	e	Binas tabel 32C: $\rho_{\text{zon,gem}} = 1,410 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	-
	f	Binas tabel 31: $r_{\text{Jupiter} \rightarrow \text{Io}} = 421,6 \cdot 10^6 \text{ m}$	-
	g	Binas tabel 30C: zware storm → gemeten op 10 m hoogte boven zeeniveau 24,5 tot 28,4 m/s volgens Beaufort of 24 tot 28 m/s volgens het KNMI	-
	h	Binas tabel 32: poolster → Polaris. $T_{\text{effectief}} = 5900 \text{ K}$	-
	i	-	-
18	a	$\approx 1 \text{ m}$	1 m
	b	1 voet $\approx 3 \text{ dm}$ lang (Zie ook Binas tabel 5) en 1 dm breed. $A \approx 3 \text{ dm}^2$	3 dm ²
	c	Neem als hoofd een bol met diameter van 3 dm. 1. De schil met dikte $d \approx 0,5 \text{ cm}$ heeft een volume van ongeveer $V = 4\pi r^2 \cdot d = 4\pi \cdot 0,75^2 \cdot 0,05 = 0,353 \dots \approx 0,35 \text{ dm}^3$ De dichtheid van het schedelbot is $1,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1,9 \text{ kg/dm}^3$ (Binas tabel 10).	2 kg
	d	2. De schedelinhoud is ongeveer $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,70^3 = 1,43 \dots \approx 1,4 \text{ dm}^3$ De dichtheid van de schedelinhoud is ongeveer die van water $1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3$. 3. Deze schattingen geven voor de massa van het hoofd $1,4 \cdot 1 + 0,35 \cdot 1,9 = 2,0 \dots = 2 \text{ kg}$	
	d	Van een krant ongeveer een dag. De krant van gisteren wordt nog wel eens gelezen; die van eergisteren bijna niet meer. Van het krantenpapier is het lastig te zeggen: <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Gemiddeld een week totdat een krant in papierafvalbak ligt? <input type="checkbox"/> Na een paar weken is van het krantenafval weer nieuw krantenpapier gemaakt? <input type="checkbox"/> Van een krant als zwerfafval in de regen is na een paar dagen weinig meer over <input type="checkbox"/> Van een krant als zwerfafval op een droge plaats vind je na weken nog de resten 	1 dag? 1 week?
	e	Na hoeveel tijd ben je de helft vergeten van wat je allemaal hebt meegemaakt? Misschien wel al binnen een uur. Maar sommige dingen vergeet je je hele leven niet. Het hangt dus zeer af van wat je je heugt.	?
19	a	$4 \cdot 10^4 \text{ km}^2$ Ongeveer 300 km noord-zuid en 200 km west-oost, met nogal wat water en een hap België erin. (Volgens de Bosatlas $3,4 \cdot 10^4 \text{ km}^2$.)	$4 \cdot 10^4 \text{ km}^2$
	b	Nederland telt ongeveer $16 \cdot 10^6$ inwoners Bevolkingsdichtheid is ongeveer $16 \cdot 10^6 / 4 \cdot 10^4 \text{ km}^2 = 4 \cdot 10^2 \text{ inwoners/km}^2$ (Volgens de Bos atlas $5 \cdot 10^2 \text{ inwoners/km}^2$)	$4 \cdot 10^2 / \text{km}^2$
20	a	20 km/h	-
	b	1 dm/s	-
	c	1 dm/h	-
	d	$4 \cdot 10^4 \text{ km/h}$ (In een uur de wereldbol rond)	-
	e	1 mm/dag	-
	f	70 km/h	-
	g	1 m/s	-

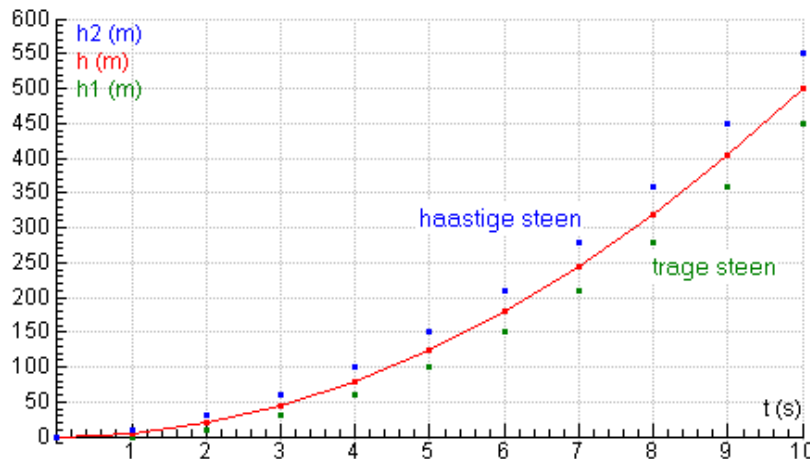
-
- 21 a**
1. Eenparige beweging: horizontaal de tijd t , verticaal de positie x
Formule $x = v \cdot t$
 2. Eenparig versnelde beweging: horizontaal de tijd t , verticaal de constante versnelling a
 3. Valbeweging: horizontaal de tijd t , verticaal de valafstand y
De grafiek begint krom en eindigt recht als onder invloed van de luchtweerstand de snelheid constant wordt.
 4. $I(U)$ -grafiek van een gloeilampje: horizontaal de spanning U over het lampje, verticaal de stroomsterkte I door het lampje.
Hoe heter de gloeidraad, des te groter de weerstand: de toename van de stroomsterkte gaat steeds langzamer.
 5. Lenzenformule: horizontaal de voorwerpafstand v , verticaal de beeldafstand b -
Formule $\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$. De grafiek is een hyperbool.
 6. Uitrekking van een spiraalveer: horizontaal de kracht F , verticaal de uitrekking u
Formule $F = C \cdot u$. Wet van Hooke. De constante C heet hier de veerconstante.
 7. Trilling van een spiraalveer: horizontaal de trillende massa m , verticaal de trillingstijd T
Formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ (Binas tabel 35B). De grafiek is een liggende parabool.
 8. Slinger: horizontaal de slingerlengte l , verticaal de slingertijd T
Formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (Binas tabel 35B). De grafiek is een liggende parabool.
-
- b**
1. raaklijn \rightarrow snelheid $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
 2. oppervlak \rightarrow snelheidsverandering $\Delta v = a \cdot \Delta t$
 3. raaklijn \rightarrow snelheid $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
 4. raaklijn \rightarrow geeft aan hoe snel de weerstand verandert -
 5. asymptoten \rightarrow geven de brandpuntsafstand
 6. oppervlak \rightarrow opgeslagen veerenergie $E_{veer} = \frac{1}{2}C \cdot u^2$
 7. -
 8. -
-

Opgaven 10.2 – Modellen maken

- 22 a De te kleine (trage steen) of te grote (haastige steen) snelheid wordt korter aangehouden en eerder veranderd. De benaderingen van h zullen beter zijn en dichter bij elkaar liggen.
Zie ook onderstaande grafieken uit Coach, getekend met $dt = 0,1$ s



- b** De $h(t)$ -grafiek zal tussen de benadering van de trage steen en die van de haastige steen liggen.



De rode punten blijken (toevallig?) precies samen te vallen met $h(t) = \frac{1}{2}g \cdot t^2$

- c** De verticale assen anderhalf keer zo lang maken. Immers, zowel de snelheid als h_1 en h_2 zijn evenredig met g .

- 23** De regels 4 en 5 moeten worden samengevoegd en de regels 6 en 7.

Oud		Nieuw
$t := t + dt$	'1	$t := t + dt$
$F_z = -m \cdot g$	'2	$F_z = -m \cdot g$
$a = F_z/m$	'3	$a = F_z/m$
$dv = a \cdot dt$	'4	
$v := v + dv$	'5	$v := v + a \cdot dt$
$dh = d \cdot dt$	'6	
$h := h + dh$	'7	$h := h + v \cdot dt$

24 a $F_L = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$

$$\rightarrow [C] = \frac{[F]}{\left[\frac{1}{2}\right][\rho][A][v^2]} = \frac{N}{1 \times \frac{kg}{m^3} \times m^2 \times \frac{m^2}{s^2}} = \frac{N}{\frac{kg \times m^4}{m^3 \times s^2}} = \frac{N}{\frac{kg \times m}{s^2}} = 1$$

Dus C heeft geen eenheid, het is een 'dimensieloos' getal.

b $F_L = -k \cdot v^2$

$$\rightarrow [k] = \frac{[F_L]}{[v^2]} = \frac{N}{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{N}{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{kg \times m}{s^2} \times \frac{s^2}{m^2} = \frac{kg}{m}$$

- 25** De eindsnelheid is bereikt als $\Sigma F = F_z + F_L = 0$

$$\Rightarrow m \cdot g - k \cdot v^2 = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{m \cdot g}{k}} = \sqrt{\frac{0,2 \cdot 9,81}{0,005}} = \pm 19,8.. = \pm 20 \text{ m/s}$$

De snelheid is omlaag gericht, dus $v = -20 \text{ m/s}$

- 26 a**
- $t := t + dt$
 - $dN = -k \cdot N \cdot dt$
 - $N := N + dN$

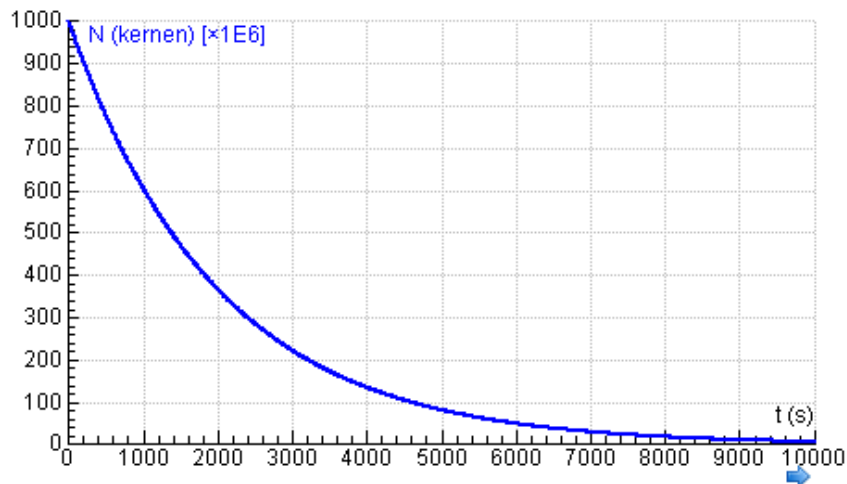
- b** N heeft geen eenheid, daar vul je in de volgende formule 1 voor in:

$$dN = -k \cdot N \cdot dt$$

$$\rightarrow [k] = \frac{[dN]}{[N][dt]} = \frac{1}{1 \times s} = \frac{1}{s}$$

- c** Zie d.

d



1,4 · 10³ s

Na 3 halveringstijden is $N = (\frac{1}{2})^3 \cdot 1000 \cdot 10^6 = 125 \cdot 10^6$ kernen

Af lezen in de grafiek geeft $3 \cdot t_{1/2} = 4150 \Rightarrow t_{1/2} = 1,38.. = 1,4 \cdot 10^3$ s

e

Model

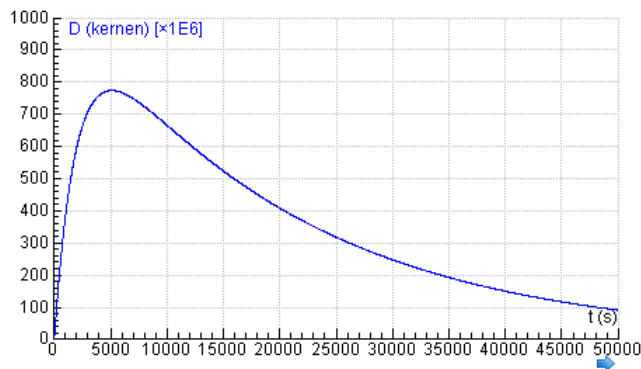
t := t + dt
 dN = -k*N*dt
 N := N + dN
 dD = abs(dN)
 D := D + dD
 dD = -k2*D*dt
 D := D + dD

Toelichting op het model

- De verandering van het aantal dochterkernen D is gelijk aan de afname van het aantal moederkernen N:
 dD = abs(dN) of dD = -dN
- Het aantal dochterkernen neemt toe:
 D := D + dD
- Maar tegelijk vervallen er ook dochterkernen volgens
 dD = -k2*D*dt
- Aan het einde van een rekenlus zijn over:
 D := D + dD

Startwaarden

t = 0
 dt = 10
 N = 1e9
 k1 = 5e-4
 D = 0
 k2 = 5e-5



27 a

In Binas tabel 35B kun je vinden $u(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$.

In deze formule is f de frequentie van de sinus. De periode T van de sinus bereken je met $T = \frac{1}{f}$.

Als je vergelijkt met de formule uit de opgave $u = A \cdot \sin(b \cdot t)$ zie je dat $b = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$.

Deze grootheid wordt de hoeksnelheid genoemd, aangeduid met de letter ω .

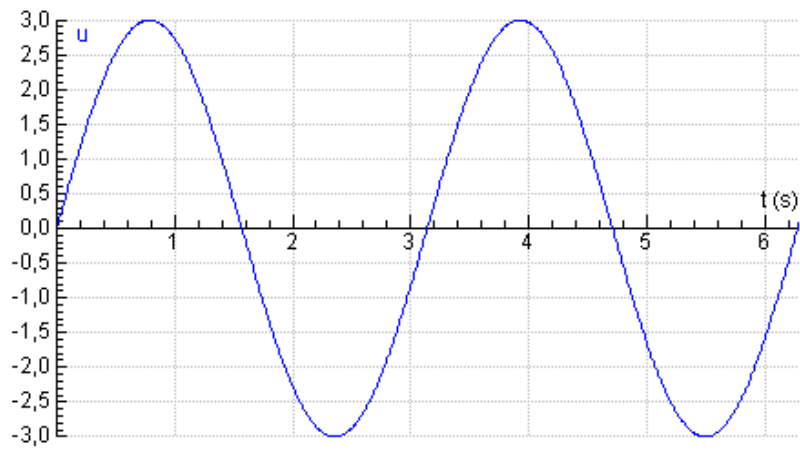
Zijn eenheid is: radialen per seconde of rad/s

b

$b = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi$

20π

- c Verticale as: u varieert tussen +3 en -3
Horizontale as: $b = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow 2 \cdot T = 2\pi = 6,28..$



28 a In het Model wordt de wrijving verwaarloosd, dus zou de som van E_k en E_z constant moeten zijn. -

b Model
 $t := t + dt$ '1
 $F_z = -m \cdot g$ '2
 $a = F_z/m$ '3
 $dv = a \cdot dt$ '4
 $v := v + dv$ '5
 $dh = v \cdot dt$ '6
 $h := h + dh$ '7
 $E_k = 0,5 \cdot m \cdot v^2$
 $E_z = m \cdot g \cdot h$
 $SE = E_k + E_z$

In het Model wordt eerst de afname (van de stijgsnelheid) berekend. Dat geeft in een lus een wat te lage snelheid. De met die snelheid berekende nieuwe hoogte valt te laag uit. Door de benadering in het Model lijken zowel E_k als E_z , en dus ΣE , af te nemen. Als je in de Startwaarden dt kleiner maakt, duurt de te kleine v korter, v wordt eerder veranderd. De fout in de berekening van h wordt daardoor kleiner.

Hieronder staat de grafiek als $dt = 0,005$.

N.B. De grafiek uit de opgave is met deze startwaarden gemaakt:

$$v = 40$$

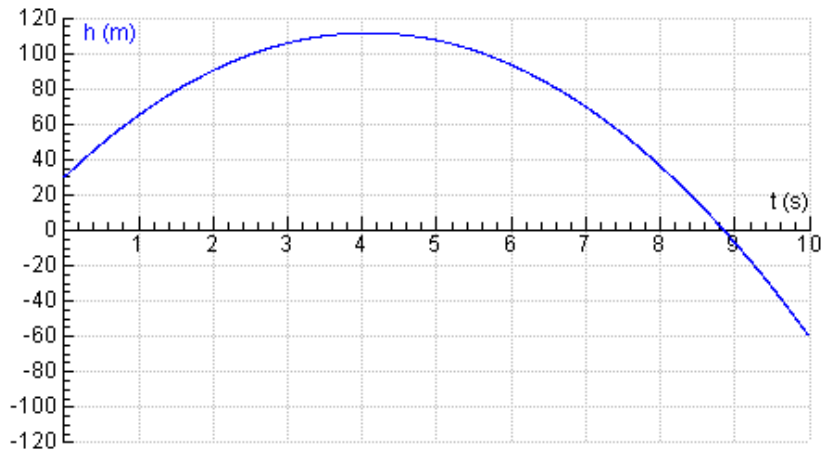
$$h = 30$$

De andere startwaarden zijn die uit Model 3

(Gebruik 'Herschaal' en bekijk hoe groot de onnauwkeurigheid in het Model is in de eerste 10 s)



c Met de startwaarden uit de opgave wordt de $h(t)$ – grafiek



$-3,8 \cdot 10^2 \text{ J}$

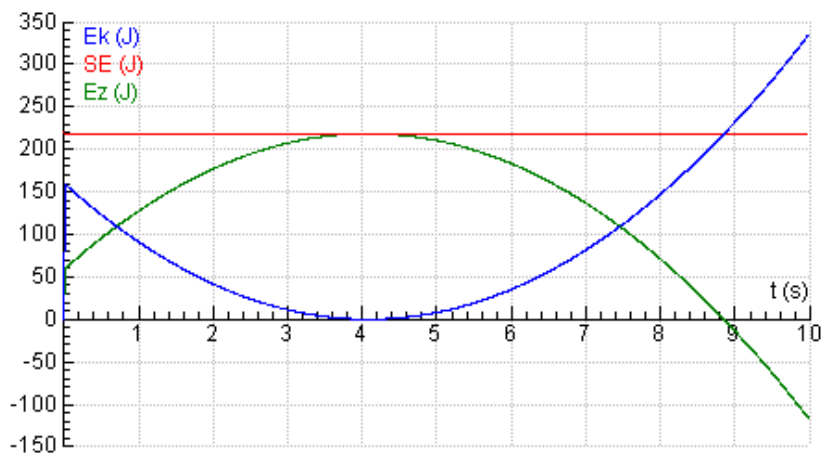
$$h(10) = -60 \text{ m}$$

$$E_z = m \cdot g \cdot h = 0,26 \cdot 9,81 \cdot (-60) = -117, \dots = -1,2 \cdot 10^2 \text{ J}$$

d $E_k(10) = \Sigma E - E_{z5}(10) = 2,2 \cdot 10^2 - (-1,2 \cdot 10^2) = 3,4 \cdot 10^2 \text{ J}$

De verticale as moet gaan van bijvoorbeeld -150 tot $+350 \text{ J}$

e

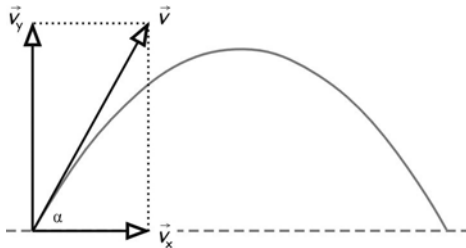


29 a $v = 10,30$

$\alpha = 1,064 \text{ 'rad}$

$$v_x = v \cdot \cos(\alpha)$$

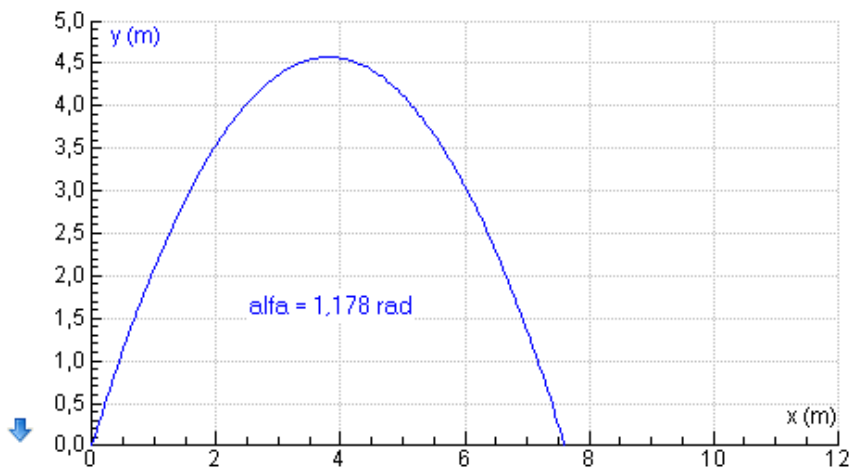
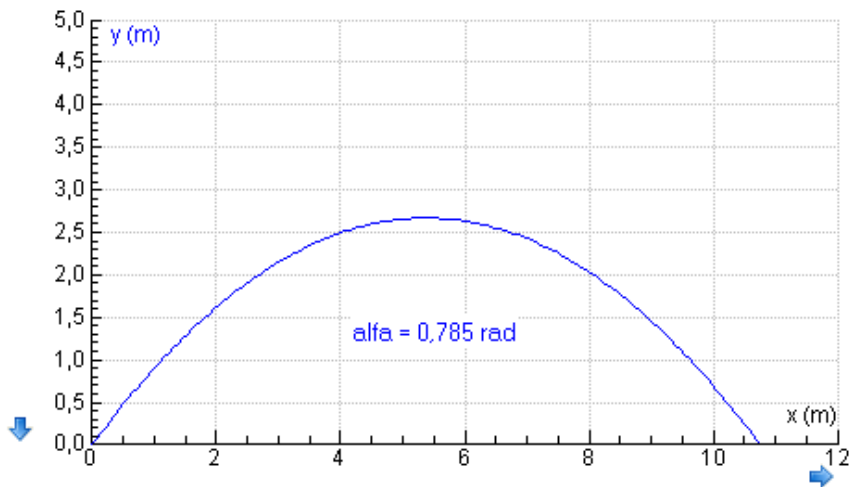
$$v_y = v \cdot \sin(\alpha)$$



b $\alpha = 90^\circ = \frac{1}{2} \pi \text{ rad}$

$\frac{1}{2}\pi$

c Twee voorbeelden:



30 a

Model

$$t := t + dt$$

$$F = -C \cdot u$$

$$a = F/m$$

$$v := v + a \cdot dt$$

$$u := u + v \cdot dt$$

b

Startwaarden $v = 0$ en $u > 0$ laten de berekende grafiek beginnen in het bovenste punt van de beweging. In de gemeten grafiek is dat voor het eerst op $t = 0,0455$ s. Zo vallen berekende en gemeten grafiek in tenminste één punt samen.

c

De periode van de berekende grafiek is kleiner dan die van de gemeten grafiek. Het Model kan nog wat verbeterd worden door met de massa van de veer rekening te houden.

Ga dat zelf na met $m = 130 + \frac{1}{3} \cdot 65 = 151 \text{ g} = 0,151 \text{ kg}$ in plaats van $m = 0,130 \text{ kg}$.

31 a

Model

$$t := t + dt$$

$$a = -(m \cdot g + k \cdot v \cdot \text{abs}(v)) / m$$

$$v := v + a \cdot dt$$

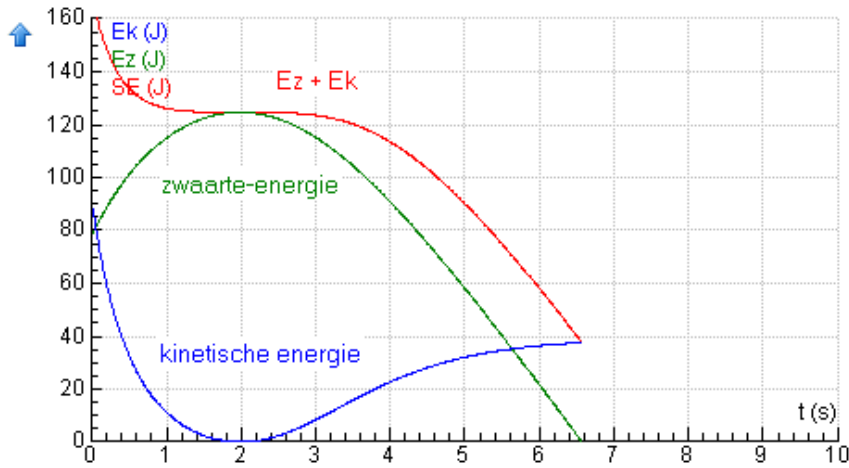
$$h := h + v \cdot dt$$

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

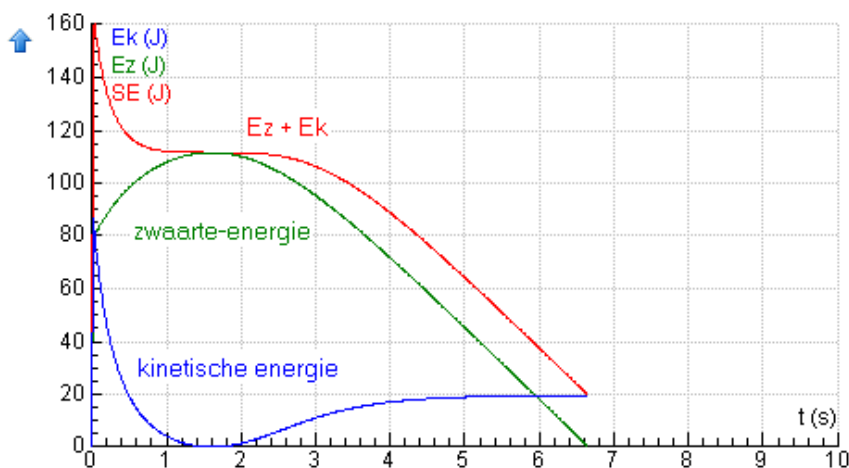
$$E_k = 0,5 \cdot m \cdot v^2$$

$$SE = E_z + E_k$$

- b** Als $h < 0$ dan Stop
Eindals -
-
- c1** De bolle grafiek hoort bij E_z , de holle grafiek hoort bij E_k .
Op het hoogste punt is E_z maximaal en tegelijk v , dus E_k , nul. -
-
- c2** Hoe groter de snelheid, des te groter de wrijvingsverliezen. Als v klein is, in de buurt van het hoogste punt van de beweging, is ΣE ongeveer constant. -



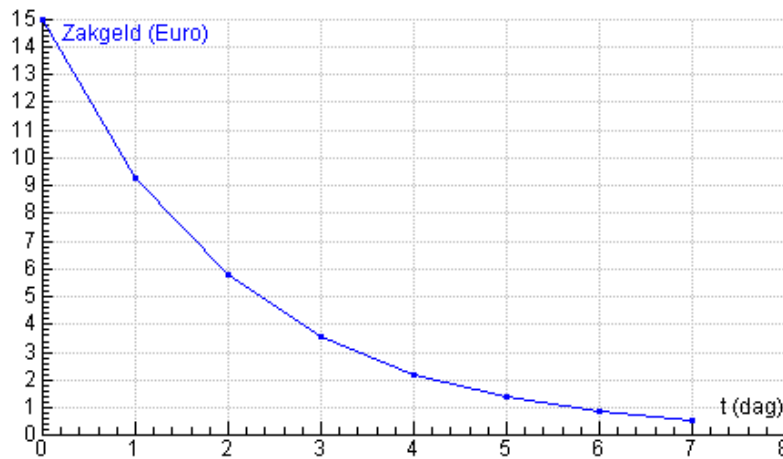
d



Deze grafiek is getekend met $k = 0,01$. De luchtweerstand is groter.
De steen komt minder hoog. Het hoogste punt met snelheid 0 wordt eerder bereikt.

32 a	Model	Startwaarden	N.B.	
	$t := t + dt$	$t = 0$	De Modelregels met Als ... Eindals zijn niet noodzakelijk, maar vergemakkelijken wel het onderzoek naar de goede waarde van k.	
	Als $t = \text{Betaaldag}$ dan Stop	$dtijd = 1$		'dag
	Eindals	Betaaldag = ?		'dag
	$dZakgeld = -k * Zakgeld * dt$	Zakgeld = ?		'euro
	Zakgeld := Zakgeld + dZakgeld	$k = ?$		
	Als Zakgeld < Blut dan Stop	Blut = ?		'euro
	Eindals			

- b** Je moet eerst beslissen: Wanneer is het betaaldag? Wat is blut?
 Als je iedere week zakgeld krijgt, is dag 8 de eerste dag van de nieuwe week.
 Dus betaaldag = 8.
 Wanneer ben je blut? Als je op de laatste dag van de week nog net 50 cent over hebt?
 Dan Blut = 0,50. Maar daar kun je ook anders over denken.
 Met Simulatie zoek je nu de grootste waarde van k waarmee je nog net de betaaldag haalt. Dat blijkt hier met een zakgeld van €15 per week $k = 0,38$ te zijn.



De vorm van de grafiek hangt bij dit uitgavenpatroon niet af van de hoeveelheid zakgeld die je krijgt.