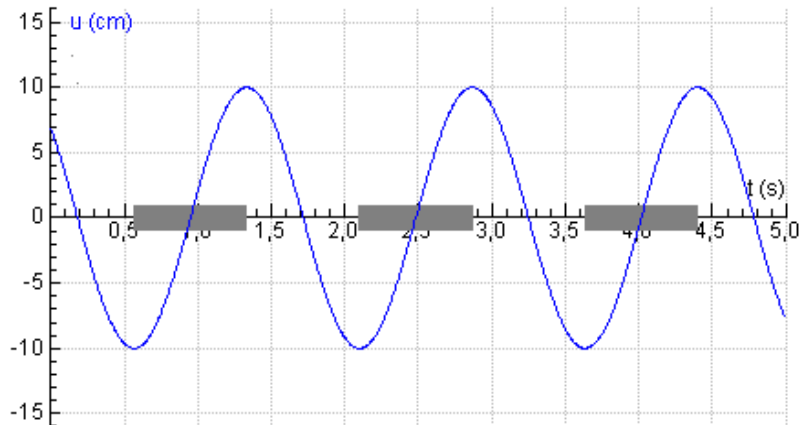


Opgaven 3.1 – Zwaaien en dansen			
1	a ¹	Ja, de periode is 24 h.	-
	a ²	Nee, de draaiing is geen beweging rondom een evenwichtsstand.	-
	b	$T = 24 \cdot 3600 = 86400 \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{86400} = 1,1574 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$	$1,1574 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$
c	c ¹	Ja, waarschijnlijk wel als er geen gekke golfslag is.	-
	c ²	Ja, maar geen harmonische trilling. Een golfpatroon in water heeft geen sinusvorm.	-
2	a	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ met $\ell = 0,75 \text{ m}$ en $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Invullen geeft $T = 1,7 \text{ s}$	1,7 s
	b	Nu is $g = 1,63 \text{ m/s}^2$ (tabel 31) $\Rightarrow T = 4,3 \text{ s}$	4,3 s
3	a	Gebruik de snijpunten met de t -as om af te lezen; de tweede decimaal is een schatting.	2,12 s 1,85 s
		eerste slinger: $2T = 5,15 - 0,92 = 4,23 \text{ s} \Rightarrow T = 2,12 \text{ s}$ tweede slinger: $2T = 4,55 - 0,85 = 3,70 \text{ s} \Rightarrow T = 1,85 \text{ s}$	
	b	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \ell = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$ Invullen geeft : $\ell = 1,11 \text{ m}$ en $\ell = 0,85 \text{ m}$	1,11 m 0,85 m
c	c ¹	0,06 m	0,06 m
	c ²	Lees de grootste uitwijking af $\Rightarrow 0,14 \text{ m}$	0,14 m
4	a	$t = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \ell = \frac{t^2 \cdot g}{\pi^2}$ met $t = 1 \text{ s} \Rightarrow \ell = 0,994 \text{ m} = 1 \text{ m}$	1 m
	b	$\frac{\sqrt{9,81}}{\pi} = \frac{3,13209}{3,14159} = 0,99697 = 99,7\%$ Ze kijken dus 0,3% van elkaar af.	0,3%
	c	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9,81}} \cdot \sqrt{\ell} \approx 2\sqrt{\ell}$	-
5	a	Ja, de maximale uitslag zie je steeds kleiner worden.	-
	b	Nee, de hoek per periode blijft constant.	-
	c		
c ¹	$T = \frac{60}{45} = 1,33 \text{ s}$	1,33 s	
c ²	$\alpha = 154^\circ$	154°	
c ³	Bij 360° hoort 1,33 s, bij 154° hoort dus: $t_\alpha = \frac{154}{360} \cdot 1,33 = 0,57 \text{ s}$	0,57 s	
d	$4T = 0,57 \text{ s} \Rightarrow T = 0,14 \text{ s} \Rightarrow f = 7,0 \text{ Hz}$	7,0 Hz	
6	a	$f = \frac{1}{8,3} = 0,12 \text{ Hz}$	0,12 Hz
	b	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \Rightarrow 8,3 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\ell}{9,81}} = \frac{8,3}{2\pi}$ $\Rightarrow \frac{\ell}{9,81} = \left(\frac{8,3}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow \ell = 9,81 \cdot \frac{8,3^2}{4\pi^2} = 17,1 \text{ m} = 17 \text{ m}$	17 m
7	a	Gebruik de snijpunten met de t -as om af te lezen; de tweede decimaal is een schatting.	1,05 s
		$2T = 2,54 - 0,45 = 2,09 \text{ s} \Rightarrow T = 1,045 \text{ s}$	

	b	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow C = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,100}{1,045^2} = 3,6 \text{ N/m}$	3,6 N/m
8	a	Lees af: (0,10 m; 0,65 N) $F = C \cdot u \Rightarrow C = 6,5 \text{ N/m}$	6,5 N/m
	b¹	$F_z = C \cdot u \Rightarrow 0,100 \cdot 9,81 = C \cdot 0,155 \Rightarrow C = 6,3 \text{ N/m}$	6,3 N/m
	b²	Vergelijk het verschil met het gemiddelde van de twee waarden: afwijking = $\frac{0,2}{6,4} 100 = 3,1 = 3\%$	3%
9	a	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow 1,2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{15}} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{15}} = \frac{1,2}{2\pi}$ $\Rightarrow \frac{m}{15} = \left(\frac{1,2}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow m = 15 \cdot \frac{1,2^2}{4\pi^2} = 0,547.. = 0,55 \text{ kg}$	0,55 kg
	b	T is recht evenredig met \sqrt{m} . m wordt 4x zo groot $\rightarrow T$ wordt $\sqrt{4} = 2x$ zo groot, dus T wordt $2 \cdot 1,2 = 2,4 \text{ s}$	2,4 s

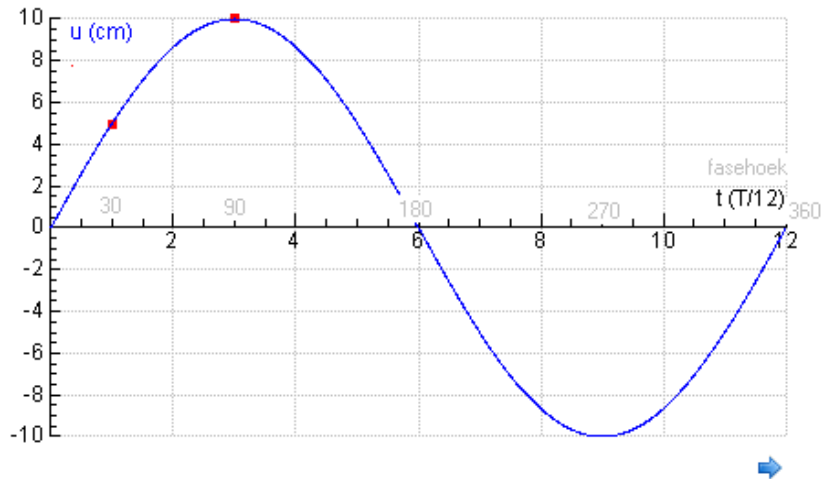
Opgaven 3.2 – Fase en geluid

- 10 a** $3T = 4,8 - 0,2 = 4,6 \text{ s} \Rightarrow T = 1,5.. \text{ s} \Rightarrow \frac{1}{2}T = 0,8 \text{ s}$
 De omkeerpunten worden bereikt bij de toppen en de dalen van de grafiek ; die liggen $\frac{1}{2}T$ uit elkaar. $0,6 + n \cdot 0,8 \text{ s}$
 $t = 0,6 + n \cdot 0,8 \text{ s}$
-
- b¹** De evenwichtsstand wordt ook steeds na $\frac{1}{2}T$ bereikt: $0,2 + n \cdot 0,8 \text{ s}$
 $t = 0,2 + n \cdot 0,8 \text{ s}$
-
- b²** Het gewicht beweegt naar rechts betekent: $v > 0$.



-
- c** De $u(t)$ -grafiek is een sinus. Daaruit volgt dat de trilling harmonisch is. -
-
- 11 a** $u(t)$ is sinusvormig; de uitwijking van de evenwichtsstand naar $\frac{1}{2}A$ duurt korter dan van $\frac{1}{2}A$ naar A . Een kwart trilling duurt dus korter dan $2 \times 2,0 = 4,0 \text{ s}$, dus $T < 16 \text{ s}$ -
-

b



12 s

$$u = A \cdot \sin \alpha$$

$$5,0 = 10,0 \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{5,0}{10,0} = 0,50..$$

$$\Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(0,50..) = 30^\circ = \frac{1}{12} \cdot 360^\circ$$

Bij het eerste rode punt hoort dus $\alpha = 30^\circ$ en $t = \frac{1}{12}T$ en bij het tweede hoort

$$\alpha = 90^\circ \text{ en } t = \frac{1}{4}T$$

Dus is de verandering in 2,0 s

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{2}A \text{ na } \frac{1}{12}T \\ u &= A \text{ na } \frac{1}{4}T \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2,0 = \frac{1}{4}T - \frac{1}{12}T = \left(\frac{3}{12} - \frac{1}{12}\right) \cdot T = \frac{2}{12}T = \frac{1}{6}T$$

$$\Rightarrow T = 6 \cdot 2,0 = 12 \text{ s}$$

c

$$t(\text{top}) = \frac{1}{4}T = 3,0 \text{ s} \Rightarrow t = 3,0 + 5,0 = 8,0 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{360 \cdot t}{T} = \frac{360 \cdot 8,0}{12} = 240^\circ$$

-8,7 cm

$$\Rightarrow u = 10,0 \cdot \sin 240 = -8,66.. = -8,7 \text{ cm}$$

12

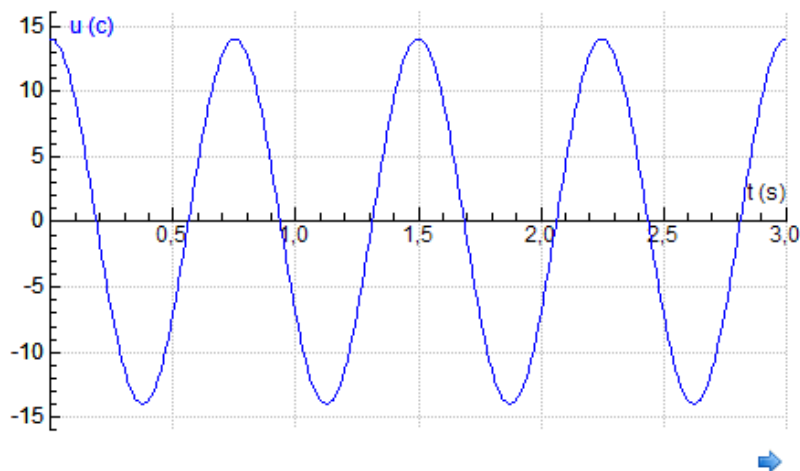
a

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,14}{9,81}} = 0,75 \text{ s}$$

0,75 s

b

$$3,0 \text{ s} = 4T$$



-

13

a

Als het ene atoom naar links gaat, gaat het andere naar rechts en omgekeerd.

-

b

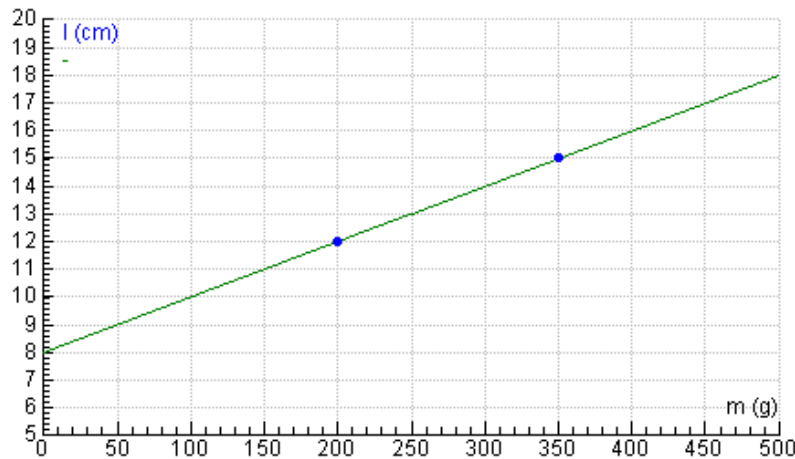
Tegenfase betekent $\Delta\varphi = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

14	In een mensenleven kun je bijvoorbeeld onderscheiden kindsheid, jeugd, volwassenheid, ouderdom. Dus de ontwikkelingsstadia die elk mens doorloopt. In een jaar heb je op onze breedtegraad de steeds terugkerende seizoenen lente, zomer, herfst, winter.	-
15	a $\phi(0) = \frac{1}{4} = 0,25$ want de bol begint in de eerste uiterste stand na het gebruikelijke beginpunt.	0,25
	b Na $1,5 \cdot T$ want na $0,5 \cdot T$ is de bol voor de eerste keer in het laagste punt. Na nog een periode is hij daar opnieuw.	1,5
	c $\phi = 0,25 + 1,5 = 1,75 \Rightarrow \phi^* = 0,75$ Vanaf het gebruikelijke beginpunt heeft de bol driekwart van zijn trilling voltooid.	0,75
16	a Uif de figuur blijkt $5 \cdot T = 9,2 - 1,0 = 8,2 \text{ ms}$ $\Rightarrow T = \frac{1}{5} \cdot 8,0 = 1,64 \text{ ms}$	1,64 ms
	b $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,64 \cdot 10^{-3}} = 609,7.. = 6,10 \cdot 10^2 \text{ Hz}$	$6,10 \cdot 10^2 \text{ Hz}$
17	a Het scherm is 10 schaaldelen breed $\Rightarrow 10 \text{ ms}$.	10 ms
	b Links is iets meer dan $3,75T$ te zien en rechts ongeveer $7,5T$. Rechts staat de tijdbasis dus op 2 ms/sd .	2 ms/sd
	c¹ $3,75T = 10 \text{ ms} \Rightarrow T = 2,67 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 429 \text{ Hz}$	2,67 ms 429 Hz
	c² a1 met 440 Hz zit er het dichtste bij; de afwijking is 11 Hz $\text{afwijking} = \frac{11}{440} \cdot 100 = 2,5\%$ Zo'n afwijking is zeer acceptabel.	440 Hz

Opgaven hoofdstuk 3

18 Je kunt voor **a** en **b** gebruik maken van een grafiek, maar het hoeft niet.



l (cm)	m (g)	u (cm)	Δm (g)
12	200	0	0
15	350	3	150
		1	50
17	? \rightarrow 200 + 250	5	? \rightarrow 250
? \rightarrow 12 + 6	500	? \rightarrow 6	300

a $u = \Delta l = 15 - 12 = 3$ cm bij $\Delta m = 350 - 200 = 150$ g
 dus $u = 1$ cm bij $\Delta m = 50$ g 450 g
 Dan is $u = \Delta l = 17 - 12 = 5$ cm bij $\Delta m = 5 \times 50 = 250$ g
 en $m = 200 + 250 = 450$ g

b Bij $\Delta m = 500 - 200 = 300$ g (= 6×50 g) hoort $\Delta l = 6$ cm
 dus $l = 12 + 6 = 18$ cm 18 cm

c $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \sim \sqrt{m} \Rightarrow T_1 : T_4 = \sqrt{200} : \sqrt{500} = 1 : 1,58..$ 1,6 : 1
 $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f_1 : f_4 = 1,58.. : 1 = 1,6 : 1$

19 a De massa's verhouden zich als de dichtheden, dus:
 $m_{Al} : m_{Pb} = 2,70 : 11,3 = 1 : 4,19$ 1 : 4,19

b $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow T$ is evenredig met $\sqrt{m} \Rightarrow$ 2,0 : 1
 $T_{Al} : T_{Pb} = 1 : \sqrt{\frac{1}{4,19}} = 1 : 0,49 = 2,0 : 1$

20 a $T = 2\pi\sqrt{\frac{980}{1,3 \cdot 10^5}} = 0,54.. = 0,55$ s 0,55 s

b Als de auto die 11 m aflegt in $1T$ gaat hij resoneren $\Rightarrow v = \frac{11}{0,55} = 20$ m/s = 72 km/h 72 km/h

Als de auto er $2T$ over doet, gaat hij ook resoneren. Bij de dubbele snelheid niet.

21 a De auto zakt in door het gewicht van de passagiers.

$$F = C \cdot u$$

$$\Rightarrow 250 \cdot 9,81 = 5,0 \cdot 10^4 \cdot u \Rightarrow u = 0,0490 \dots = 0,049 \text{ m}$$

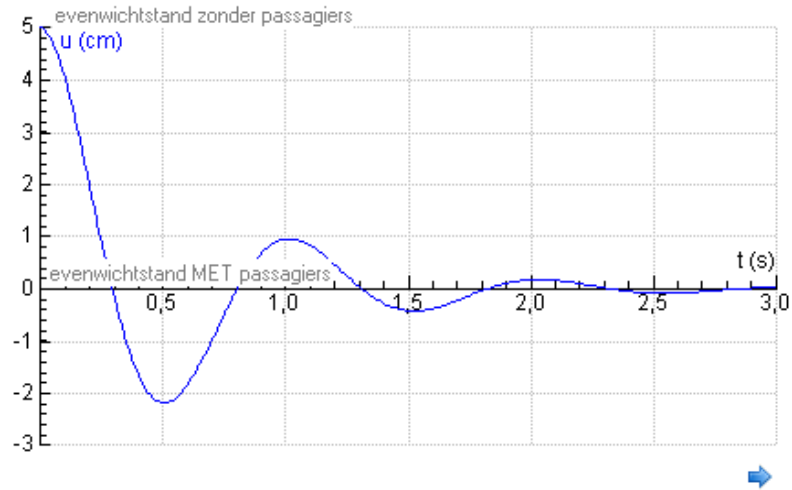
4,9 cm

b De gehele massa, auto én passagiers, trilt.

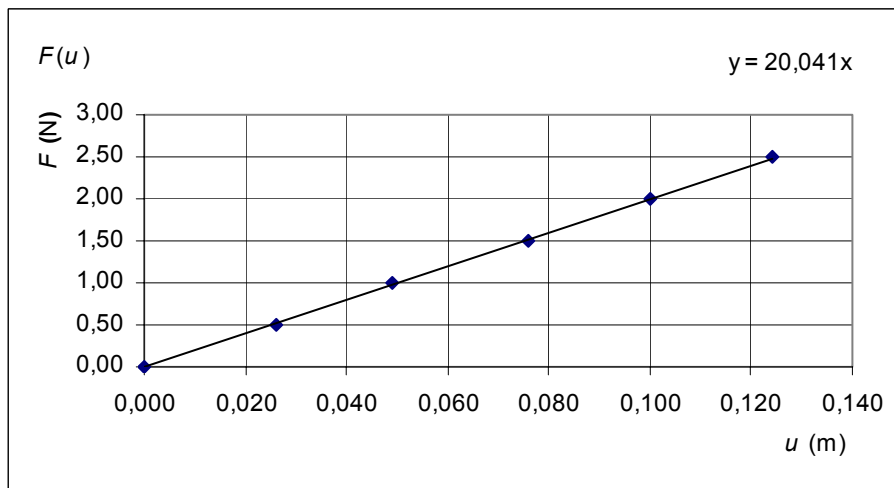
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi \sqrt{\frac{1250}{5,0 \cdot 10^4}} = 0,993 \dots = 0,99 \text{ s}$$

0,99 s

c



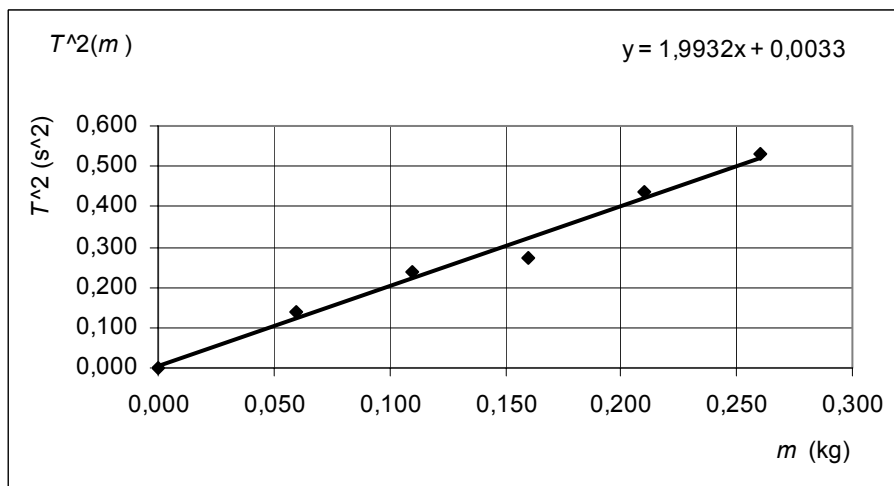
22 a¹



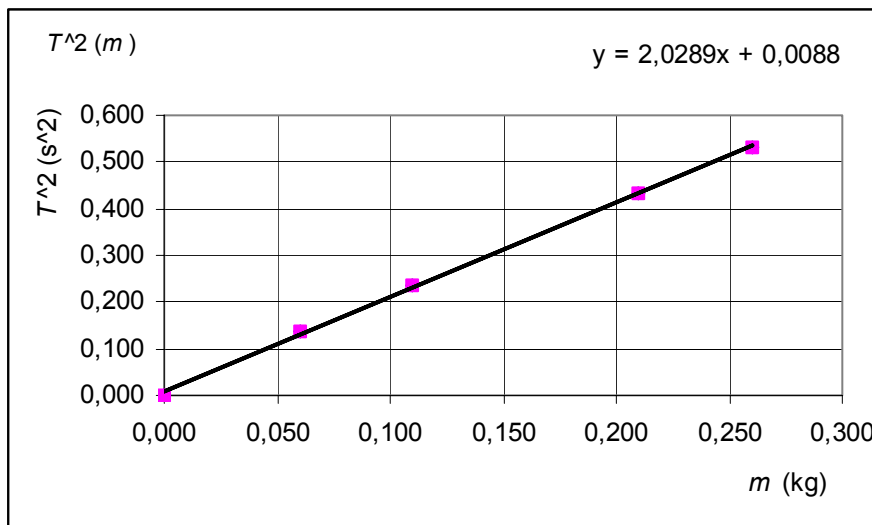
a² Uit $y = 20,041x$ en $F = C \cdot u$ volgt $C = 20 \text{ N/m}$

20 N/m

b¹



b² Bij de meting bij 160 g is een fout gemaakt, want dat punt ligt ver van de trendlijn verwijderd. Als je dat punt weglaat, ziet de trendlijn er meteen beter uit.



c¹ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m \Rightarrow \frac{4\pi^2}{C}$ is de helling van de $T^2(m)$ -grafiek.

-

c² De helling van de trendlijn is 1,9932 $\Rightarrow \frac{4\pi^2}{C} = 2,0 \Rightarrow C = \frac{4\pi^2}{2,0} = 20 \text{ N/m}$
 Dat klopt met de bij **a²** berekende waarde.

20 N/m

23 $T = 2\sqrt{R} = 2\sqrt{2} = 2,82.. \text{ s}$ en $10 \text{ s} = \frac{10}{2,82..} = 3,53..$

De skater stond rechtsboven. Na 3,5 perioden staat hij linksboven. In elke periode passeert hij 2 x het onderste punt. In totaal $3,5 \times 2 = 7 \text{ x}$.

7

24 a $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{13}{8000}} = 0,253.. \text{ s}$
 $\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,253..} = 3,94.. = 3,9 \text{ Hz}$

3,9 Hz

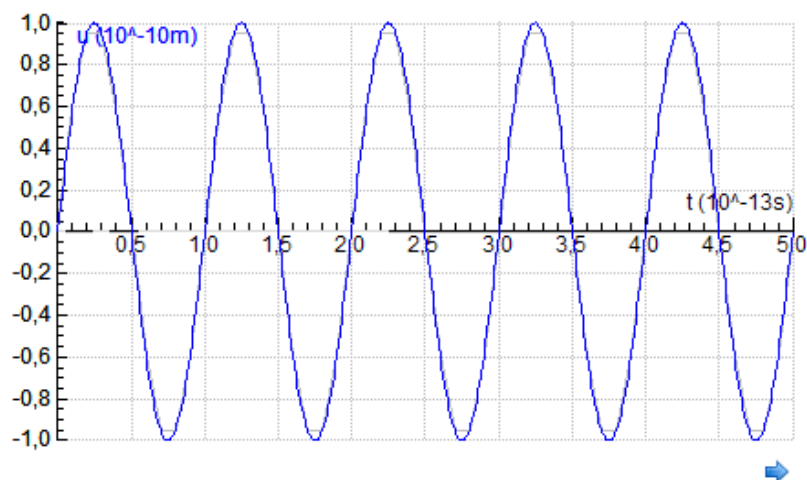
b Als je op de plank staat, trilt er een grotere massa. Stel, je massa is 60 kg, dan

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{73}{8000}} = 0,600.. \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,600..} = 1,66.. = 1,7 \text{ Hz}$

1,7 Hz

Je zou met die frequentie op de plank moeten dansen om resonantie te krijgen

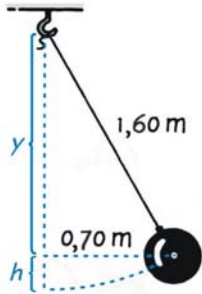
25 a



-

b $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{m}} \Rightarrow C = 4\pi^2 m f^2 = 3,9.. \cdot 10^2 = 4 \cdot 10^2 \text{ N/m}$

$4 \cdot 10^2 \text{ N/m}$

	c	$F_{\max} = C \cdot A = 4 \cdot 10^2 \cdot 1 \cdot 10^{-10} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ N}$	$4 \cdot 10^{-8} \text{ N}$
26	a	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$ moet links en rechts gelijk zijn. $\Rightarrow \frac{90}{5,0} = \frac{120}{C} \Rightarrow C = 120 \cdot \frac{5,0}{90} = 6,66.. = 6,7 \text{ N/m}$	$6,7 \text{ N/m}$
	b	Links is $5,0 = \frac{k}{50} \Rightarrow k = 5,0 \cdot 50 = 250$ Rechts geldt $6,66.. = \frac{250}{N} \Rightarrow N = \frac{250}{6,66..} = 37,5$ Er moeten rechts $50 - 37,5 = 12,5$ windingen afgeknipt worden.	$12,5$
27	a	Het middelste belletje. Daarvan is de slingerlengte, dus de eigenfrequentie, even groot als die van de bol links.	–
	b	Er is resonantie als $T_{\text{slinger}} = T_{\text{veer}}$, dus als $2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow \frac{\ell}{g} = \frac{m}{C}$ $\Rightarrow \frac{\ell}{9,81} = \frac{0,200}{7,0} \Rightarrow \ell = 0,280.. = 0,28 \text{ m}$	28 cm
28		$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{C}} = \frac{T}{2\pi} \Rightarrow \frac{m}{C} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow m = C \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$	
	a	$m_{\text{stoel}} = 800 \cdot \frac{1^2}{4\pi^2} = 20,2.. = 20 \text{ kg}$	20 kg
	b	$m_{\text{stoel+astronaute}} = 800 \cdot \frac{2^1}{4\pi^2} = 81,0.. \text{ kg}$ $\Rightarrow m_{\text{astronaute}} = 81,0.. - 20,2.. = 60,7.. = 61 \text{ kg}$	61 kg
29	a	De glijder bevindt zich links van de evenwichtsstand, dus de nettokracht is naar rechts.	–
	b	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$ dus: $0,70 = 2\pi \sqrt{\frac{0,150}{C}} \Rightarrow C_{\text{totaal}} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,150}{0,70^2} = 12 \text{ N/m}$	12 N/m
	b	De veren 'werken samen', dus $C_{\text{totaal}} = C_1 + C_2 \Rightarrow C_1 = 6 \text{ N/m}$	6 N/m
30	a	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,60}{9,81}} = 2,537.. = 2,54 \text{ s}$	$2,54 \text{ s}$
	b	$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T} = \frac{2\pi \cdot 0,70}{2,537..} = 1,73.. = 1,7 \text{ m/s}$	$1,7 \text{ m/s}$
	c	$E_{\text{trilling}} = E_{k,\max} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,200 \cdot (1,73..)^2 = 0,300.. = 0,30 \text{ J}$	$0,30 \text{ J}$
	d		$0,16 \text{ m}$
		$\left. \begin{aligned} h &= \ell - y = 1,60 - y \\ y &= \sqrt{1,60^2 - 0,70^2} = 1,438.. \end{aligned} \right\} \Rightarrow h = 1,60 - 1,438.. = 0,161.. = 0,16 \text{ m}$	

e	$E_z \rightarrow E_k$	
	$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$	1,78 m/s
	$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,161} = 1,778.. = 1,78 \text{ m/s}$	
f	<i>1^e manier</i>	
	$v_{\max} = \frac{2\pi A}{T} = \frac{2\pi \cdot 1,60}{2,537..} = 3,961.. = 3,96 \text{ m/s}$	3,96 m/s
	Maar de uitwijking is bepaald niet 'klein'.	
	<i>2^e manier</i>	
	$v_{\max} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,60} = 5,602.. = 5,60 \text{ m/s}$	5,60 m/s
	Deze uitkomst zal veel dichterbij de werkelijkheid liggen.	

Toets

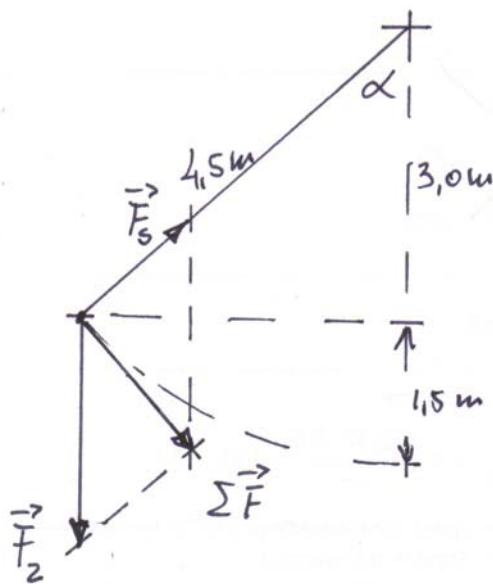
1 De polsfrequentiemeter van Galilei

- a** $T = \frac{60}{50} = 1,2 \text{ s}$
 $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad 1,2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \Rightarrow \ell = \frac{1,2^2 \cdot 9,81}{4\pi^2} = 0,36 \text{ m}$
- b** Je hartslag is dan sneller, dus T is kleiner, dus je moet ℓ kleiner maken.

2 In het circus

- a** $E_z \rightarrow E_k \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2$ streep m weg $\Rightarrow v = 5,4 \text{ m/s}$

b¹
b²



$\cos \alpha = \frac{3,0}{4,5} \Rightarrow \alpha = 48^\circ$

- c¹** Als je je afzet, bots je tegen je partner aan. Dat is gevaarlijk. De koppeling moet plaatsvinden als jullie beiden stilstaan.

- c²** $T_{\text{jou}} = 2\pi\sqrt{\frac{4,5}{9,81}} = 4,25 \text{ s}$ $T_{\text{partner}} = 1,5 \cdot 4,25 \text{ s} = 6,38 \text{ s}$
 $6,38 \text{ s} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9,81}} \Rightarrow \ell = 10,1 \text{ m} = 10 \text{ m}$

3 Een trillend zaagblad

- a** $5T = 2,00 - 0,14 = 1,86 \text{ s} \Rightarrow T = 0,37 \text{ s} \quad f = 1/T \Rightarrow f = 2,7 \text{ Hz}$
- b** Je zou een $u(t)$ -grafiek moeten bepalen en nagaan of die harmonisch is.
- c** $m_{\text{slim}} = 72 \text{ g} = 72 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
- d** $0,32 = 2\pi\sqrt{\frac{72 \cdot 10^{-3}}{C}} \Rightarrow C = \frac{4\pi^2 \cdot 72 \cdot 10^{-3}}{0,32^2} = 8,88 \text{ N/m} = 8,9 \text{ N/m}$