Opgaven 3.1 – Zwaaien en dansen

1	*a*	Aflezen in grafiek: $2 \cdot T = 9{,}6 - 1{,}6 = 8{,}0 \text{ ms} \Rightarrow T = 4{,}0 \text{ ms}$ $\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4{,}0 \cdot 10^{-3}} = 250 = 2{,}5 \cdot 10^2 \text{ Hz}$	4,0 ms $2{,}5 \cdot 10^2$ Hz
	b	Aflezen in grafiek: $t = 3{,}0 \text{ ms} \Rightarrow u = 1{,}6 \text{ cm}$	1,6 cm
	c	De amplitude A is de maximale uitwijking. Bij een ongedempte trilling is die constant. Volgens de grafiek is dat hier 2,0 cm.	2,0 cm
2	*a*	De veer wordt uitgerekt door het gewicht van het blok: $F_z = m \cdot g = 0{,}150 \cdot 9{,}81 = 1{,}471.. = 1{,}47 \text{ N}$	1,47 N
	b	Wet van Hooke: $F = C \cdot u \Rightarrow C = \frac{F}{u} = \frac{1{,}471..}{0{,}120} = 12{,}26.. = 12{,}3 \text{ N/m}$	12,3 N/m
	c	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}150}{12{,}26..}} = 0{,}6949.. = 0{,}695 \text{ s}$	0,695 s
	d	Deze theoretische waarde is 0,713 – 0,695 = 0,018 s kleiner dan de experimentele waarde. $\frac{0{,}018}{0{,}713} = 0{,}0252.. = 0{,}025 = 2{,}5\%$ kleiner.	2,5%
3	*a*	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow 1{,}2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{15}} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{15}} = \frac{1{,}2}{2\pi}$ $\Rightarrow \frac{m}{15} = \left(\frac{1{,}2}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow m = 15 \cdot \frac{1{,}2^2}{4\pi^2} = 0{,}547.. = 0{,}55 \text{ kg}$	0,55 kg
	b	T is recht evenredig met $\sqrt{m}$. m wordt 4x zo groot → T wordt $\sqrt{4}$ = 2x zo groot, dus T wordt 2·1,2 = 2,4 s	2,4 s
4		$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{C}} = \frac{T}{2\pi} \Rightarrow \frac{m}{C} = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow m = C \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$	
	a	$m_{\text{stoel}} = 800 \cdot \frac{1^2}{4\pi^2} = 20{,}2.. = 20 \text{ kg}$	20 kg
	b	$m_{\text{stoel+astronaute}} = 800 \cdot \frac{2^2}{4\pi^2} = 81{,}0.. \text{ kg}$ $\Rightarrow m_{\text{astronaute}} = 81{,}0.. - 20{,}2.. = 60{,}7.. = 61 \text{ kg}$	61 kg
5	*a*	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9{,}81}} \Rightarrow 8{,}3 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9{,}81}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\ell}{9{,}81}} = \frac{8{,}3}{2\pi}$ $\Rightarrow \frac{\ell}{9{,}81} = \left(\frac{8{,}3}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow \ell = 9{,}81 \cdot \frac{8{,}3^2}{4\pi^2} = 17{,}1.. = 17 \text{ m}$	17 m
	b	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow 8{,}3 = 2\pi\sqrt{\frac{2500}{C}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2500}{C}} = \frac{8{,}3}{2\pi}$ $\Rightarrow \frac{2500}{C} = \left(\frac{8{,}3}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow C = \frac{2500}{8{,}3^2 / 4\pi^2} = \frac{2500 \cdot 4\pi^2}{8{,}3^2} = 1432{,}.. = 1{,}4 \cdot 10^3 \text{ N/m}$	$1{,}4 \cdot 10^3$ N/m

6

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\ell} = k\cdot\sqrt{\ell} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

zie Binas tabel 31	g (m/s^2)	$2\pi/\sqrt{g}$	k (s/m^{½})
Aarde	9,81	2,00..	2,0
maan	1,63	4,92..	4,9
Mars	3,7	3,26..	3,3

4,9 s/m^{½}
3,3 s/m^{½}

7 a

$$C = \frac{F_z}{u} = \frac{m\cdot g}{u} = \frac{0,300\cdot 9,81}{0,049} = 60,0.. = 60 \text{ N/m}$$

60 N/m

b

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,300}{60,0..}} = 0,444.. = 0,44 \text{ s}$$

0,44 s

c Met de experimentele trillingstijd kun je de massa berekenen

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow 0,50 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{60,0..}} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{60,0..}} = \frac{0,50}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{60,0..} = \left(\frac{0,50}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow m = 60,0..\cdot\frac{0,50^2}{4\pi^2} = 0,380.. \text{ kg}$$

0,241 kg

Deze massa is $m = m_{\text{vis}} + \frac{1}{3}m_{\text{veer}}$

$$\Rightarrow 0,3803.. = 0,300 + \tfrac{1}{3}m_{\text{veer}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{veer}} = 3\cdot 0,0803.. = 0,2410.. = 0,241 \text{ kg}$$

8 a

$$v_{\max} = \frac{2\pi\cdot A}{T} = 2\pi\cdot A\cdot f = 2\pi\cdot 0,120\cdot 1,4 = 1,05.. \text{ m/s}$$

$$E_{\text{k,max}} = \tfrac{1}{2}m\cdot {v_{\max}}^2 = \tfrac{1}{2}\cdot 0,100\cdot 1,05..^2 = 0,0557.. = 56\cdot 10^{-3} \text{ J}$$

56 mJ

b

$$E_{\text{k,max}} = E_{\text{v,max}} = \tfrac{1}{2}C\cdot A^2$$

$$\Rightarrow 0,0557.. = \tfrac{1}{2}C\cdot 0,120^2 = 0,0072\cdot C \Rightarrow C = 7,73.. = 7,7 \text{ N/m}$$

7,7 N/m

c1

$$E_v = \tfrac{1}{2}C\cdot u^2 = \tfrac{1}{2}\cdot 7,73..\cdot 0,040^2 = 0,00619.. = 6,2\cdot 10^{-3} \text{ J}$$

6,2 mJ

c2

$$E_{\text{k}} = E_{\text{totaal}} - E_{\text{v}} = 0,0557.. - 0,00619.. = 0,0495.. = 50\cdot 10^{-3} \text{ J}$$

50 mJ

c3

$$E_k = \tfrac{1}{2}m\cdot v^2 \Rightarrow 0,0495.. = \tfrac{1}{2}\cdot 0,100\cdot v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 0,990.. \Rightarrow v = 0,995.. = 1,0 \text{ m/s}$$

1,0 m/s

9 a Het middelste belletje. Daarvan is de slingerlengte, dus de eigenfrequentie, even groot als die van de bol links.

–

b Er is resonantie als $T_{\text{slinger}} = T_{\text{veer}}$, dus als

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow \frac{\ell}{g} = \frac{m}{C}$$

$$\Rightarrow \frac{\ell}{9,81} = \frac{0,200}{7,0} \Rightarrow \ell = 0,280.. = 0,28 \text{ m}$$

28 cm

Opgaven 3.2 – De *u(t)*- grafiek van de harmonische trilling

10 ***a***

$$\alpha = \frac{360 \cdot t}{T} = \frac{360 \cdot 1{,}20}{3{,}45} = 125{,}2.. = 125°$$

125°

b

$u = A \cdot \sin\alpha = 12{,}0 \cdot \sin(125{,}2..) = 9{,}803.. = 9{,}80 \text{ cm}$

9,80 cm

N.B. u>0 en v>0 geldt in het eerste kwart van de beweging, dus
$0 < \alpha < 90°$ en $t < \frac{1}{4}T = \frac{1}{4} \cdot 3{,}45 = 0{,}8625 \text{ s}$

c

$u = A \cdot \sin\alpha$

$5{,}0 = 12{,}0 \cdot \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{5{,}0}{12{,}0} = 0{,}416..$

$\Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(0{,}416..) = 24{,}6.. = 25°$

25°

d

$$\alpha = \frac{360 \cdot t}{T} \Rightarrow 24{,}6.. = \frac{360 \cdot t}{3{,}45}$$

$\Rightarrow 360 \cdot t = 24{,}6.. \cdot 3{,}45 = 84{,}9.. \Rightarrow t = 0{,}2359.. = 0{,}236 \text{ s}$

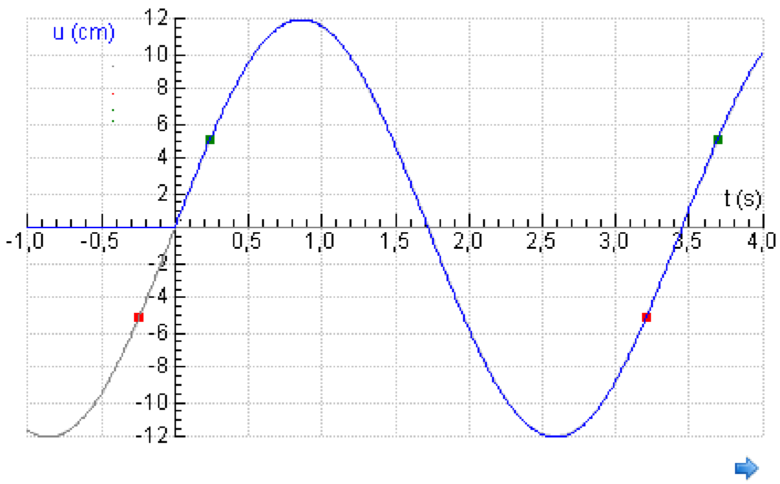
0,236 s

e

De rode punten horen bij *u* = −5,0 cm en *v* > 0
en de groene punten horen bij *u* = +5,0 cm en *v* > 0.
Je ziet dat deze punten symmetrisch liggen ten opzichte van *t* = 0 en *t* = *T*.
Voor *α* en *t* geldt dus:

$\alpha = 360 - 24{,}6.. = 335{,}3.. = 335°$

$t = 3{,}45 - 0{,}2359.. = 3{,}214.. = 3{,}21 \text{ s}$

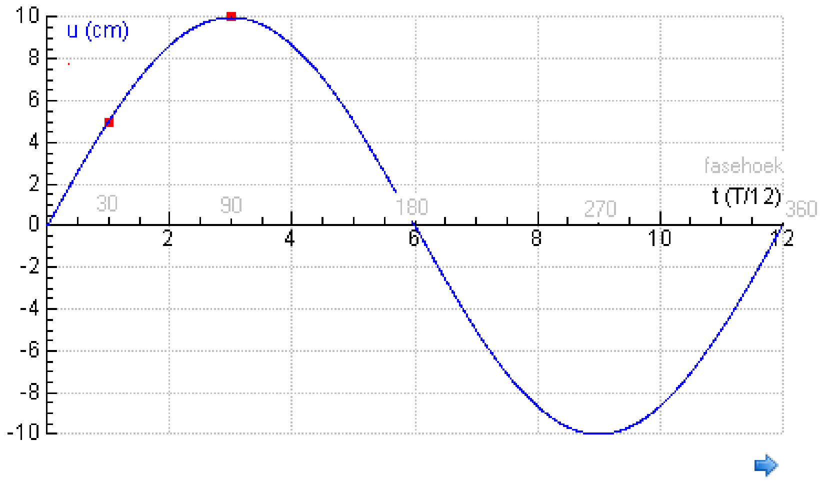


335°
3,21 s

11 ***a*** *u(t)* is sinusvormig: de uitwijking van de evenwichtstand naar ½*A* duurt korter dan van ½*A* naar *A*. Een kwart trilling duurt dus korter dan 2 x 2,0 = 4,0 s, dus *T*<16 s

–

b



12 s

$u = A \cdot \sin\alpha$

$5{,}0 = 10{,}0 \cdot \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{5{,}0}{10{,}0} = 0{,}50..$

$\Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(0{,}50..) = 30° = \frac{1}{12} \cdot 360°$

Bij het eerste rode punt hoort dus $\alpha = 30°$ en $t = \frac{1}{12}T$ en bij het tweede hoort $\alpha = 90°$ en $t = \frac{1}{4}T$

Dus is de verandering in 2,0 s

$$\left.\begin{array}{l} u = \frac{1}{2}A \text{ na } \frac{1}{12}T \\ u = A \text{ na } \frac{1}{4}T \end{array}\right\} \Rightarrow 2{,}0 = \frac{1}{4}T - \frac{1}{12}T = (\frac{3}{12} - \frac{1}{12}) \cdot T = \frac{2}{12}T = \frac{1}{6}T$$

$\Rightarrow T = 6 \cdot 2{,}0 = 12$ s

c

$t(\text{top}) = \frac{1}{4}T = 3{,}0 \text{ s} \Rightarrow t = 3{,}0 + 5{,}0 = 8{,}0$ s

$\Rightarrow \alpha = \frac{360 \cdot t}{T} = \frac{360 \cdot 8{,}0}{12} = 240°$

$\Rightarrow u = 10{,}0 \cdot \sin 240 = -8{,}66.. = -8{,}7$ cm

-8,7 cm

12

$v_{max} = \frac{2\pi \cdot A}{T} = 2\pi \cdot f \cdot A$

$v_{max} = 2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{13} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-12} = 113{,}.. = 1{,}1 \cdot 10^2$ m/s

$1{,}1 \cdot 10^2$ m/s

13

In een mensenleven kun je bijvoorbeeld onderscheiden kindsheid, jeugd, volwassenheid, ouderdom.
Dus de ontwikkelingsstadia die elk mens doorloopt.
In een jaar heb je op onze breedtegraad de steeds terugkerende seizoenen lente, zomer, herfst, winter.

–

14 a

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{9{,}00}{9{,}81}} = 6{,}018.. = 6{,}02$ s

6,02 s

b

Voorbij de evenwichtstand gaat de fles door tot $u = ½A$.
Dat duurt nog $\frac{1}{12}T$.

Dus $t = \frac{1}{4}T + \frac{1}{12}T = (\frac{3}{12} + \frac{1}{12}) \cdot T = \frac{4}{12}T$

$\Rightarrow t = \frac{4}{12} \cdot 6{,}018.. = 2{,}006.. = 2{,}01$ s

2,01 s

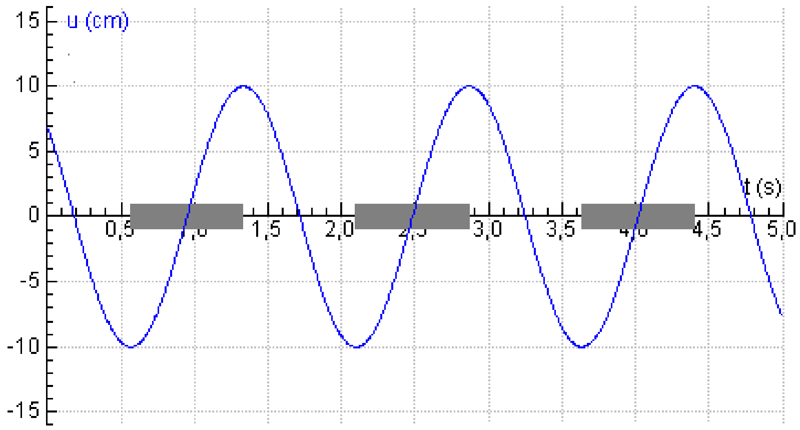
c

$\phi(0) = -\frac{1}{4}$ of $\phi(0) = \frac{3}{4}$

want een kwart periode later gaat de fles door de evenwichtstand met $v > 0$

3/4

	d	Tussen het loslaten en de klap is de faseverandering (zie [b]) $\Delta\phi = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12}$ $\Rightarrow \phi = \frac{3}{4} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{13}{12}$	13/12
15	*a*	$\phi(0) = \frac{1}{4} = 0,25$ want de bol begint in de eerste uiterste stand na het gebruikelijke beginpunt.	0,25
	b	Na 1,5·*T* want na 0,5·*T* is de bol voor de eerste keer in het laagste punt. Na nog een periode is hij daar opnieuw.	1,5
	c	$\phi = 0,25 + 1,5 = 1,75 \Rightarrow \phi^* = 0,75$ Vanaf het gebruikelijke beginpunt heeft de bol driekwart van zijn trilling voltooid.	0,75
16	*a*	$0,25 < \phi(0) < 0,5$ want gerekend vanaf het gebruikelijke beginpunt (u = 0, v > 0) is het gewicht bezig aan het tweede kwart van zijn beweging.	–
	b	Het gewicht beweegt naar rechts betekent: *v* > 0.	–



17	*a*	Uif de figuur blijkt $5 \cdot T = 9,2 - 1,0 = 8,2$ ms $\Rightarrow T = \frac{1}{5} \cdot 8,0 = 1,64$ ms	1,64 ms
	b	$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,64 \cdot 10^{-3}} = 609,7.. = 6,10 \cdot 10^2$ Hz	$6,10 \cdot 10^2$ Hz

Opgaven hoofdstuk 3

18 ***a***

$T = k\sqrt{\ell}$

$2{,}7 = k\sqrt{3{,}0} = 1{,}73..\cdot k \Rightarrow k = 1{,}55.. = 1{,}6 \text{ b/q}^{\frac{1}{2}}$

1,6 $\text{b/q}^{½}$

b

$T = 1{,}55..\sqrt{5{,}0} = 3{,}48.. = 3{,}5 \text{ bark}$

3,5 b

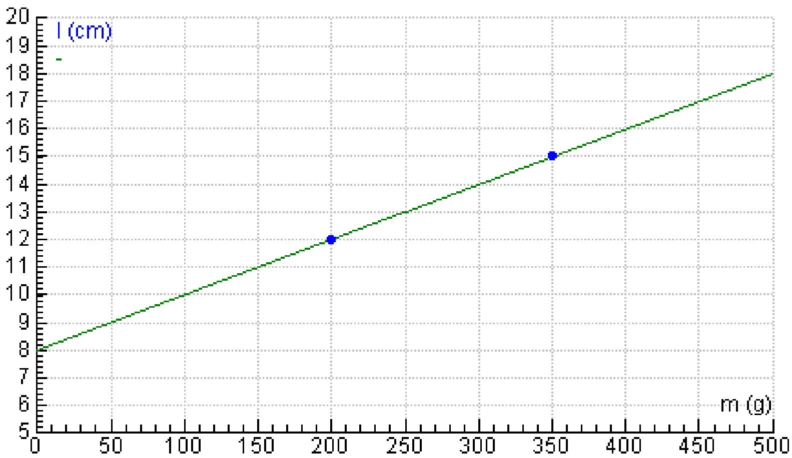
c

$1{,}4 = 1{,}55..\cdot\sqrt{\ell} \Rightarrow \sqrt{\ell} = \frac{1{,}4}{1{,}55..} = 0{,}898..$

$\Rightarrow \ell = (0{,}898..)^2 = 0{,}806.. = 0{,}81 \text{ quink}$

0,81 q

19 Je kunt voor ***a*** en ***b*** gebruik maken van een grafiek, maar het hoeft niet.



ℓ (cm)	*m* (g)	*u* (cm)	Δ*m* (g)
12	200	0	0
15	350	3	150
		1	50
17	? → 200 + 250	5	? → 250
? → 12 + 6	500	? → 6	300

a *u* = *Δℓ* = 15 – 12 = 3 cm bij *Δm* = 350 – 200 = 150 g
dus *u* = 1 cm bij *Δm* = 50 g
Dan is *u* = *Δl* = 17 – 12 = 5 cm bij *Δm* = 5 x 50 = 250 g
en *m* = 200 + 250 = 450 g

450 g

b Bij *Δm* = 500 – 200 = 300 g (= 6 x 50 g) hoort *Δℓ* = 6 cm
dus *ℓ* = 12 + 6 = 18 cm

18 cm

c

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \sim \sqrt{m} \Rightarrow T_1 : T_4 = \sqrt{200} : \sqrt{500} = 1 : 1{,}58..$

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f_1 : f_4 = 1{,}58.. : 1 = 1{,}6 : 1$

1,6 : 1

20

$$\left.\begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \sim \sqrt{m} \\ m_{\text{bol}} = \rho\cdot V_{\text{bol}} \Rightarrow m \sim \rho \end{array}\right\} T \sim \sqrt{\rho}$$

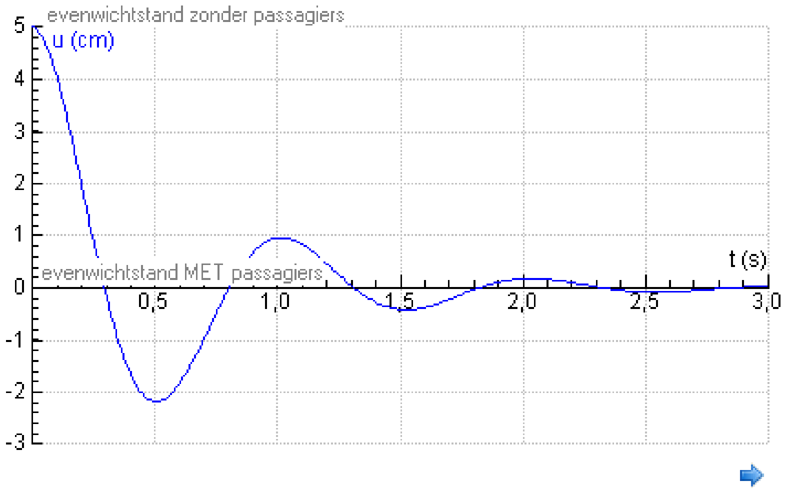
$$\Rightarrow \frac{T_{\text{aluminium}}}{T_{\text{lood}}} = \frac{\sqrt{\rho_{\text{aluminium}}}}{\sqrt{\rho_{\text{lood}}}} = \frac{\sqrt{2{,}70\cdot 10^3}}{\sqrt{11{,}3\cdot 10^3}} = \frac{1}{2{,}045..} = \frac{1}{2{,}05}$$

1 : 2,05

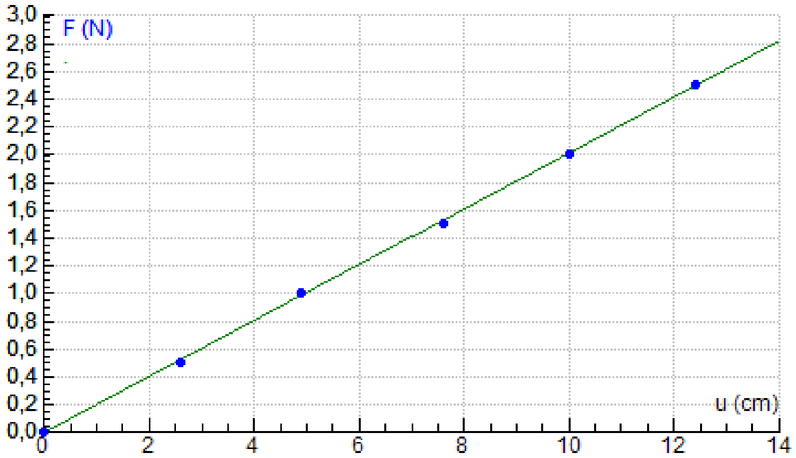
21		De eigen trillingstijd van de auto is $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{980}{1{,}3\cdot 10^5}} = 0{,}545..\text{ s}$ Er ontstaat resonantie als de auto juist met die tussenpozen een ribbel raakt: $v = \frac{s}{t} = \frac{11}{0{,}545..} = 20{,}1.. = 20\text{ m/s } (= 72{,}5.. = 73\text{ km/h})$ (Ook bij de helft van deze snelheid kan resonantie ontstaan. Maar niet bij de dubbele snelheid.)	73 km/h
22		Blijkbaar geldt voor de eigentrilling T = 1/f = $2\cdot 10^{-14}$ s $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow 2\cdot 10^{-14} = 2\pi\sqrt{\frac{3{,}4\cdot 10^{-26}}{C}} = \frac{1{,}15..\cdot 10^{-12}}{\sqrt{C}}$ $\Rightarrow \sqrt{C} = \frac{1{,}15..\cdot 10^{-12}}{2\cdot 10^{-14}} = 57{,}9.. \Rightarrow C = (57{,}9..)^2 = 3355{,}.. = 3{,}4\cdot 10^3\text{ N/m}$	$3{,}4\cdot 10^3$ N/m
23		Door de resonantie maakt de klankkast de amplitude van de geluidstrilling groter: het geluid klinkt luider. Maar de klankkast maakt niet de geluidsenergie groter. De energie van een stemvork is eerder 'op' als hij op een klankkast staat.	–
24	***a***	$v_{max} = \frac{2\pi A}{T} \sim A$ *A* is is 5/2 = 2,5 x kleiner geworden, dus ook v_{max}= 2,5 x kleiner geworden.	2,5
	b	$E_{k,max} = \frac{1}{2} m\cdot v_{max}{}^2 \sim v_{max}{}^2$ $E_{k,max}$ is $2{,}5^2$ = 6,25 x kleiner geworden. Er is weggelekt $(1-\frac{1}{6{,}25})\cdot E_{k,max} = 0{,}84\cdot E_{k,max} \rightarrow 84\%$	84%
25	***a***	De auto zakt in door het gewicht van de passagiers. $F = C\cdot u$ $\Rightarrow 250\cdot 9{,}81 = 5{,}0\cdot 10^4\cdot u \Rightarrow u = 0{,}0490.. = 0{,}049\text{ m}$	4,9 cm
	b	De gehele massa, auto én passagiers, trilt. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{1250}{5{,}0\cdot 10^4}} = 0{,}993.. = 0{,}99\text{ s}$	0,99 s

c De grafiek is met dit model gemaakt. De startwaarden voor *C*, *m*, *x* en *u* komen uit de opgave; *x* in m is daarna omgerekend naar *u* in cm.
k is proefondervindelijk bepaald.

MODEL	STARTWAARDEN
t := t + dt	t = 0 dt = 0,01
a = (-C*x - k*v)/m v := v + a*dt x := x + v*d t	C = 50000 x = 0,05 k = 4000 v = 0 m = 1250
u = 100*x	u = 100*x



26 ***a1***



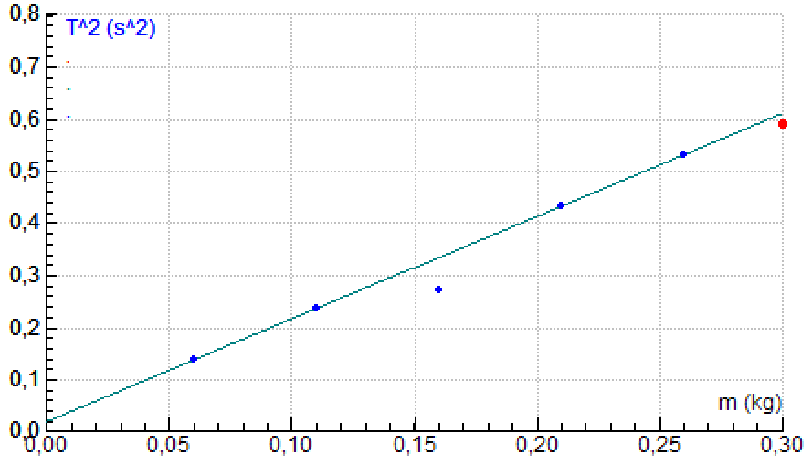
a2 Aflezen in grafiek

$C = \frac{F}{u} = \frac{2{,}8\ (\text{N})}{14\ (\text{cm})} = 0{,}20\ \text{N/cm} = 20\ \text{N/m}$ 20 N/m

a3

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m}{C} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}300}{20} = 0{,}592.. = 0{,}59\ \text{s}^2$ $0{,}59\ \text{s}^2$

b1



–

b2 Bij m = 160 g –

c Bij m = 0 gaat de grafiek niet door de oorsprong en het berekende punt voor 300 g ligt te laag. Blijkbaar is de massa van de trillende veer hier niet te verwaarlozen.
Bij ***a3*** is T^2 berekend zonder met de massa van de veer rekening te houden. De uitkomst is daardoor te klein. –
(Extra, zie p. 59. Als je wel rekening houdt met de massa van de veer moet je m vervangen door $m + \frac{1}{3} m_{\text{veer}}$).

27 $T = 2\sqrt{R} = 2\sqrt{2} = 2{,}82..\text{ s}$ en 10 s $= \frac{10}{2{,}82..} = 3{,}53..$
De skater stond rechtsboven. Na 3,5 perioden staat hij linksboven. In elke periode passeert hij 2 x het onderste punt. In totaal 3,5 x 2 = 7 x. — 7

28 ***a***
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{13}{8000}} = 0{,}253..\text{ s}$$
$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}253..} = 3{,}94.. = 3{,}9\text{ Hz}$$
— 3,9 Hz

b Als je op de plank staat, trilt er een grotere massa. Stel, je massa is 60 kg, dan
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{73}{8000}} = 0{,}600..\text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}600..} = 1{,}66.. = 1{,}7\text{ Hz}$$
Je zou met die frequentie op de plank moeten dansen om resonantie te krijgen — 1,7 Hz

29 ***a***
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ moet links en rechts gelijk zijn.
$$\Rightarrow \frac{90}{5{,}0} = \frac{120}{C} \Rightarrow C = 120 \cdot \frac{5{,}0}{90} = 6{,}66.. = 6{,}7\text{ N/m}$$
— 6,7 N/m

b
Links is $5{,}0 = \frac{k}{50} \Rightarrow k = 5{,}0 \cdot 50 = 250$
Rechts geldt $6{,}66.. = \frac{250}{N} \Rightarrow N = \frac{250}{6{,}66..} = 37{,}5$
Er moeten rechts 50 − 37,5 = 12,5 windingen afgeknipt worden. — 12,5

30 ***a***
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{64}{9{,}81}} = 16{,}0.. = 16\text{ s}$$
— 16 s

b Het slingervlak draait 360° in
$$T_{\text{vlak}} = \frac{24}{\sin\alpha} = \frac{24}{\sin 49} = 31{,}8..\text{ uur} = 31{,}8.. \cdot 3600\text{ s}$$
Na 10 slingeringen is de draaiing
$$\frac{10 \cdot T_{\text{slinger}}}{T_{\text{vlak}}} \cdot 360^\circ = \frac{10 \cdot 16{,}0..}{31{,}8.. \cdot 3600} \cdot 360^\circ = 0{,}504.. = 0{,}50^\circ$$
— 0,50°

c

$T_{slinger} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 2{,}73 = 2\pi\frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{9{,}81}} = 2{,}00..\cdot\sqrt{\ell}$

$\Rightarrow \ell = (\frac{2{,}73}{2{,}00..})^2 = 1{,}851.. = 1{,}85 \text{ m}$

1,85 m

d

$T_{vlak} = \frac{360}{30}\cdot 150 = 1800 \text{ minuten } = 30{,}0 \text{ uur}$

$T_{vlak} = \frac{24}{\sin\alpha} \Rightarrow 30{,}0 = \frac{24}{\sin\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{24}{30{,}0} \Rightarrow \alpha = 53{,}1.. = 53^\circ$

53°

31 a

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \sim \sqrt{\ell}$

$\Rightarrow T_1 : T_2 : T_3 = \sqrt{10} : \sqrt{40} : \sqrt{90} = \sqrt{1} : \sqrt{4} : \sqrt{9} = 1:2:3$

1:2:3

b

Dezelfde verhouding. Ook daar is $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \sim \sqrt{\ell}$

1:2:3

c

Na $t = 2\cdot T_3 = 3\cdot T_2 = 6\cdot T_1$ is elke slinger terug in zijn beginsituatie.

–

32 a

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}60}{9{,}81}} = 2{,}537.. = 2{,}54 \text{ s}$

2,54 s

b

$v_{max} = \frac{2\pi A}{T} = \frac{2\pi\cdot 0{,}70}{2{,}537..} = 1{,}73.. = 1{,}7 \text{ m/s}$

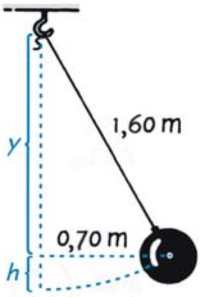
1,7 m/s

c

$E_{trilling} = E_{k,max} = \frac{1}{2}m\cdot v_{max}^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}200\cdot(1{,}73..)^2 = 0{,}300.. = 0{,}30 \text{ J}$

0,30 J

d



$\left.\begin{array}{l} h = \ell - y = 1{,}60 - y \\ y = \sqrt{1{,}60^2 - 0{,}70^2} = 1{,}438.. \end{array}\right\} \Rightarrow h = 1{,}60 - 1{,}438.. = 0{,}161.. = 0{,}16 \text{ m}$

0,16 m

e

$E_z \rightarrow E_k$

$m\cdot g\cdot h = \frac{1}{2}m\cdot v_{max}^2 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{2\cdot g\cdot h}$

$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}161..} = 1{,}778.. = 1{,}78 \text{ m/s}$

1,78 m/s

f

1e manier

$v_{max} = \frac{2\pi A}{T} = \frac{2\pi\cdot 1{,}60}{2{,}537..} = 3{,}961.. = 3{,}96 \text{ m/s}$

Maar de uitwijking is bepaald niet ‘klein’.

3,96 m/s

2e manier

$v_{max} = \sqrt{2\cdot g\cdot h} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 1{,}60} = 5{,}602.. = 5{,}60 \text{ m/s}$

Deze uitkomst zal veel dichter bij de werkelijkheid liggen.

5,60 m/s

33 a

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \Rightarrow 0{,}83 = 2\pi\frac{\sqrt{0{,}250}}{\sqrt{C}} = \frac{3{,}14..}{\sqrt{C}}$

$\Rightarrow C = (\frac{3{,}14..}{0{,}83})^2 = 14{,}3.. = 14 \text{ N/m}$

14 N/m

b

$C = \frac{F}{u} = \frac{m \cdot g}{u} \Rightarrow 14{,}3.. = \frac{0{,}250 \cdot 9{,}81}{u}$

$\Rightarrow u = \frac{0{,}250 \cdot 9{,}81}{14{,}3..} = 0{,}171..\text{ m } = 17{,}1..\text{ cm}$

$\Rightarrow \ell_{\text{veer}} = 15{,}0 + 17{,}1.. = 32{,}1\text{ cm}$

32,1 cm

c

$T_z = 2 \cdot T_d = 2 \cdot 0{,}83 = 1{,}66\text{ s} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

$\Rightarrow 1{,}66 = 2\pi \frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{9{,}81}} = 2{,}00.. \cdot \sqrt{\ell} \Rightarrow \ell = (\frac{1{,}66}{2{,}00..})^2 = 0{,}684..\text{ m}$

$\Rightarrow L = \ell - \ell_{veer} = 0{,}684.. - (0{,}321.. + 0{,}02) = 0{,}34\text{ m}$

Die 2 cm is een schatting van de afstand van de onderkant van de veer tot het middelpunt van de bol.

34 cm

34 a

Zeven halve perioden duren 4,8 s $\Rightarrow$

$T = \frac{1}{3{,}5} \cdot 4{,}8 = 1{,}37.. = 1{,}4\text{ s}$

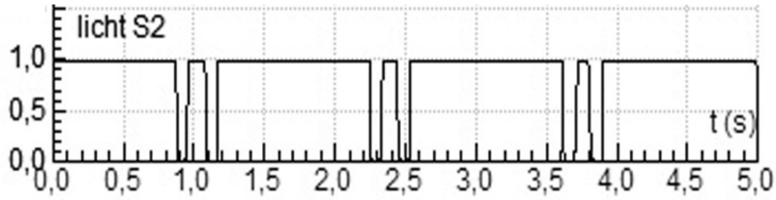
1,4 s

b

De snelheid van de bol is bij S_1 (evenwichtstand) groter dan bij S_2. Bij S_2 duurt de verduistering bij het passeren langer.

–

c



–

35 a

$T = \frac{1}{127} = 7{,}87.. \cdot 10^{-3}\text{ s } = 7{,}87..\text{ ms}$

Eén sinus past op een scherm van 10 ms ‘breed’, dus als de tijdbasis is ingesteld op 1 ms/sd

1 ms/sd

b

$4 \cdot T = 4 \cdot \frac{1}{440} = 9{,}09.. \cdot 10^{-3}\text{ s } = 9{,}09..\text{ ms}$

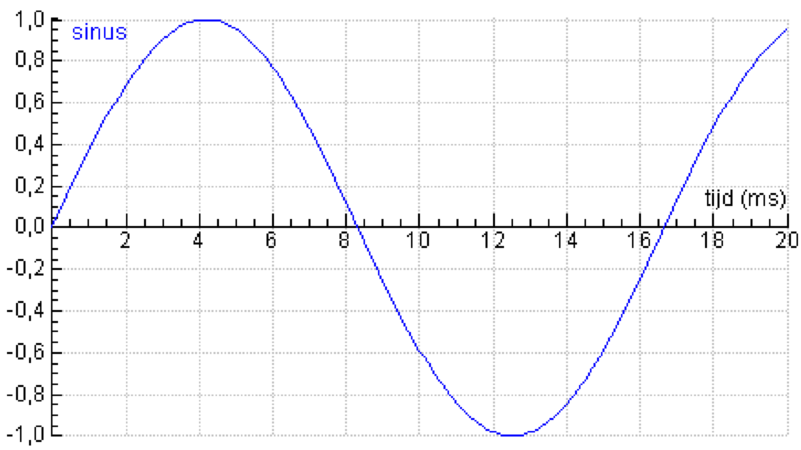
De vier sinussen passen juist op een scherm van 10 ms ‘breed’, dus als de tijdbasis is ingesteld op 1 ms/sd

1 ms/sd

c

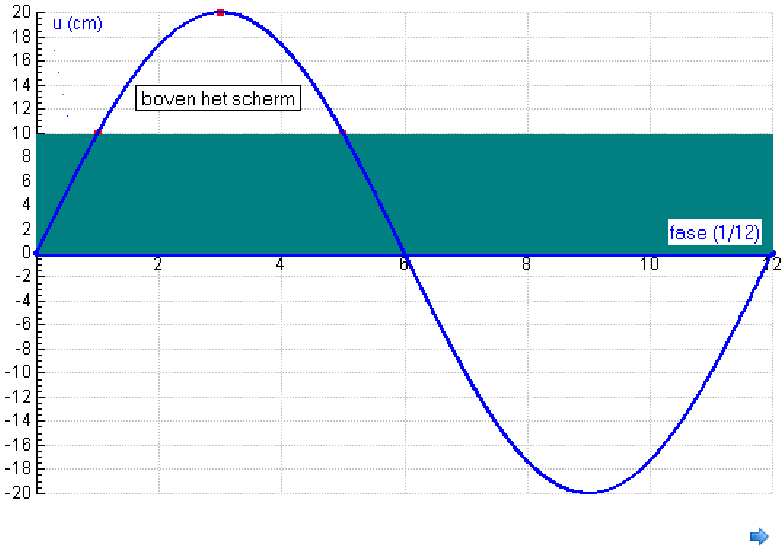
$T = \frac{1}{60} = 16{,}6.. \cdot 10^{-3}\text{ s } = 16{,}6..\text{ ms}$

Het scherm is 10·2 = 20 ms ‘breed’. Daarop passen 20/16,6.. = 1,2 sinussen



–

36 a1 De horizontale as heeft als grootheid de fase met als eenheid $\frac{1}{12}$.



De bol bereikt zijn uiterste stand als $\phi^* = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$.

Hij $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ periode zichtbaar is, dus van $\phi^* = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$ tot $\phi^* = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$

Als de bol zichtbaar wordt, is de fasehoek $\alpha = 360 \cdot \phi^* = 360 \cdot \frac{1}{12} = 30^\circ$

a2 $u = A \cdot \sin\alpha = 20 \cdot \sin 30 = 10$ cm — 10 cm

a3 Maximale uitwijking is 20 cm: de bol komt 20 – 10 = 10 cm boven het scherm uit. — 10 cm

b $\alpha = 360 \cdot \phi^* = 360 \cdot \frac{5}{12} = 150^\circ$ — 150°

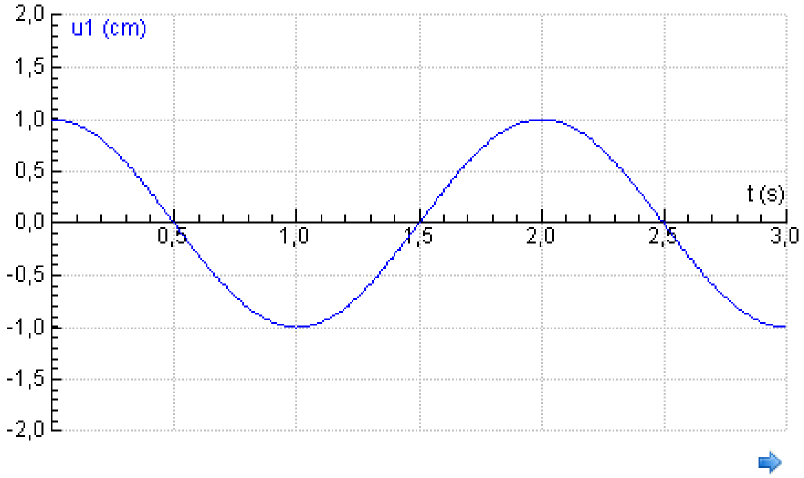
37 *a*

$$\phi(t) = \phi(0) + \frac{t}{T}$$

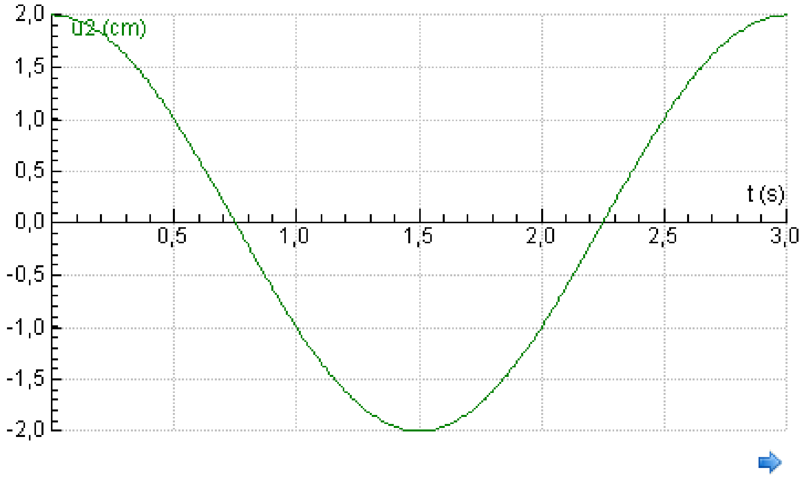
$$\left.\begin{aligned} \phi_1(3) &= 0,25 + \tfrac{3,0}{2,0} = 1,75 \\ \phi_2(3) &= 0,25 + \tfrac{3,0}{3,0} = 1,25 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta\phi = 0,50$$

0,50

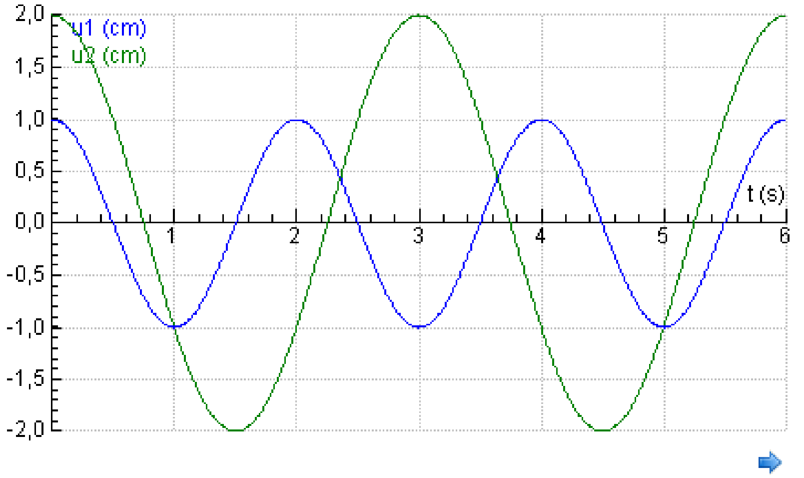
b



–



c Na weer drie seconden is het faseverschil nog eens met 0,50 toegenomen. Het faseverschil na 6,0 s is dus 1: de trillingen zijn op dat moment in fase.



6,0 s

38 **a** $x = \ell \cdot \sin\alpha$ –

b $F = F_z \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$ –

c

$$\left.\begin{array}{l} C = \dfrac{F}{u} = \dfrac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{\ell \cdot \sin\alpha} = \dfrac{m \cdot g}{\ell} \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}} \end{array}\right\} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{m \cdot g/\ell}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$$

–

Toets

1 Een belemmerde trilling

a1

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}00}{9{,}81}} = 2{,}837.. = 2{,}84\ \text{s}$$

2,84 s

a2

$$T_{\text{rechts}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}50}{9{,}81}} = 1{,}418.. = 1{,}42\ \text{s}$$

(De slingertijd rechts is de helft van de slingertijd links, want T ~ √l en rechts is de slingerlengte een kwart van die van links.

$$T = \tfrac{1}{2}T_{\text{links}} + \tfrac{1}{2}T_{\text{rechts}} = \tfrac{1}{2}\cdot 2{,}837.. + \tfrac{1}{2}\cdot 1{,}418.. = 2{,}127.. = 2{,}13\ \text{s}$$

2,13 s

b1

$$v_{\max} = \frac{2\pi \cdot A_{\text{links}}}{T_{\text{links}}} = \frac{2\pi \cdot 10}{2{,}837..} = 22{,}1.. = 22\ \text{cm/s}$$

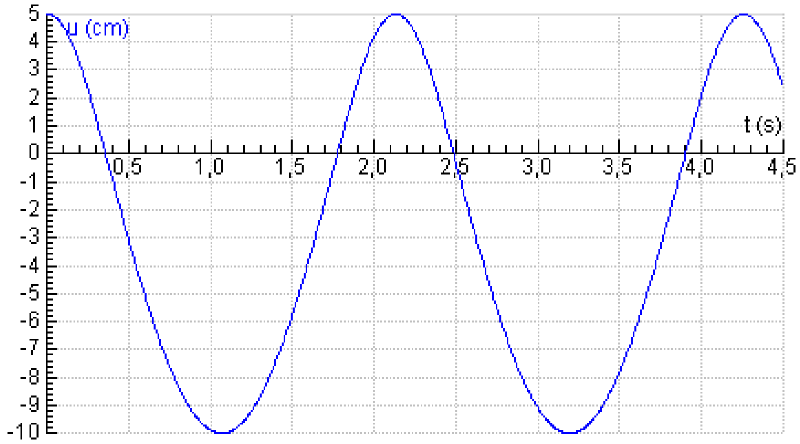
22 cm/s

b2

$$\left.\begin{array}{l} v_{\max} = \dfrac{2\pi \cdot A_{\text{links}}}{T_{\text{links}}} = \dfrac{2\pi A_{\text{rechts}}}{T_{\text{rechts}}} \\ T_{\text{rechts}} = \tfrac{1}{2}T_{\text{links}} \end{array}\right\} \Rightarrow A_{\text{rechts}} = \tfrac{1}{2}A_{\text{links}} = \tfrac{1}{2}\cdot 10 = 5\ \text{cm}$$

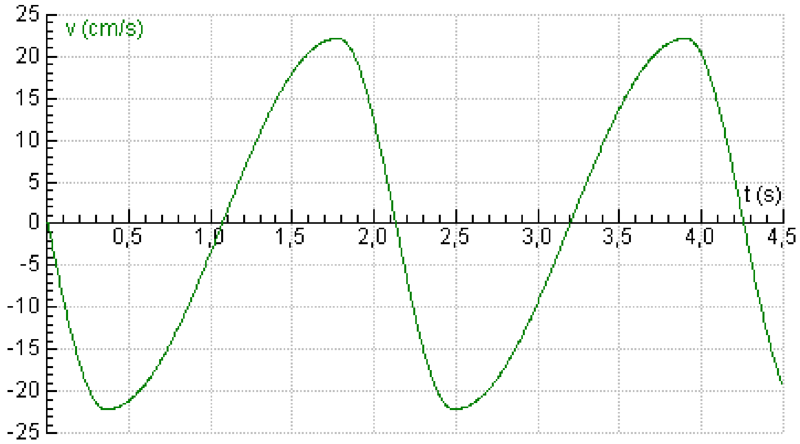
5 cm

c1



–

c2



–

2 **Een zandauto**

a1

$$C = \frac{F_z}{u} = \frac{m \cdot g}{u} = \frac{1800 \cdot 9{,}81}{0{,}050} = 3{,}53.. \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{2000+1800}{3{,}53.. \cdot 10^5}} = 0{,}651.. = 0{,}65 \text{ s}$$

0,65 s

a2

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{2000}{3{,}53.. \cdot 10^5}} = 0{,}472.. \text{ s}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}472..} = 2{,}11.. = 2{,}1 \text{ Hz}$$

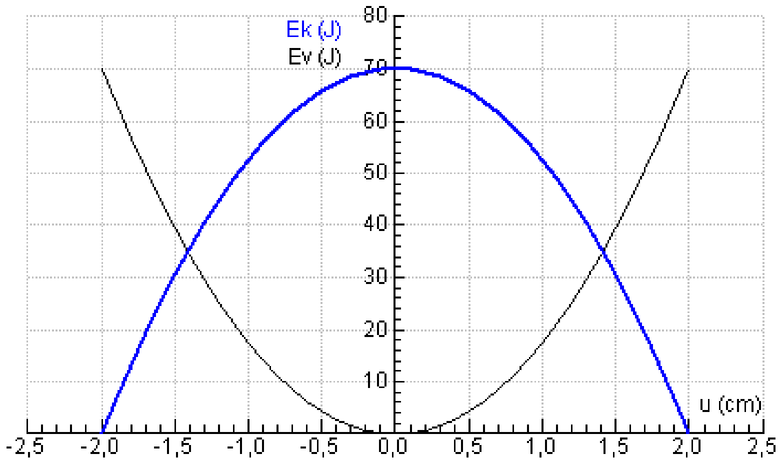
2,1 Hz

b

$$E = \tfrac{1}{2} m \cdot v_{max}{}^2 = \tfrac{1}{2} C \cdot A^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 3{,}53.. \cdot 10^5 \cdot 0{,}020^2 = 70{,}6.. = 71 \text{ J}$$

71 J

c



$E_k + E_v = E_{totaal}$

–

In deze figuur blijft de amplitude 2 cm. Hij wordt door demping natuurlijk kleiner.

N.B.

De grafieken zijn gemaakt in Modelomgeving van Coach6.

	MODEL		STARTWAARDEN
	u := u + du Ev = 0,5*C*u^2 Ek = E − Ev Als u > 0,02 dan Stop Eindals		u = −0,02 du = 0,001 C = 3,5 e5 E = 0,5*C*u^2 Ev = E

De Startwaarde voor E is de maximale energie.

Die voor Ev zorgt ervoor dat de grafiek van Ev in het juiste punt begint

3	**Een spiraalveer**	
a	$C = \frac{M \cdot d^4}{D^2 \cdot \ell} \Rightarrow M = C \cdot \frac{D^2 \cdot \ell}{d^4}$ $[M] \Rightarrow \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{\text{m}^2 \cdot \text{m}}{\text{m}^4} = \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ Of in basiseenheden: $\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$	N/m^2 of $\text{kg/m} \cdot \text{s}^2$
b1	$C = \frac{M \cdot d^4}{D^2 \cdot l} = M \cdot \left(\frac{d^3}{D^2 \cdot l} \right) \cdot d$ De materiaalconstante *M* blijft dezelfde. In de breuk tussen haakjes veranderen de teller en de noemer op dezelfde manier: beide worden 87^3 keer kleiner. De breuk zelf blijft gelijk. Blijft over de laatste factor *d*: die wordt 87 keer kleiner. Dus ook *C* wordt 87 keer kleiner.	–
b2	$m = \rho \cdot V$ Alle afmetingen (lengte, breedte en hoogte) worden 87 keer kleiner. Elk volume wordt dan 87^3 keer kleiner. Dus m wordt 87^3 keer kleiner.	87^3 of $6{,}6 \cdot 10^5$
c	$\left. \begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \\ m \rightarrow \left(\frac{1}{87}\right)^3 \cdot m \\ C \rightarrow \frac{1}{87} \cdot C \end{array} \right\} \Rightarrow T \rightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{87}\right)^2} \cdot T = \frac{1}{87} \cdot T$ In het model zullen de eigentrillingen een veel kleinere periode hebben.	–