## Opgaven 4.1 – De kogelbaan

**1**
$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
$3{,}5 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 0{,}713.. \Rightarrow t = 0{,}844.. = 0{,}84 \text{ s}$ — 0,84 s
$v_x = \frac{x}{t} = \frac{7{,}0}{0{,}844..} = 8{,}28.. = 8{,}3 \text{ m/s}$ — 8,3 m/s

**2**
Hoe lang duurt de val?
$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
$0{,}60 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 0{,}122.. \Rightarrow t = 0{,}349..$ — 3,5 m
$\Rightarrow x_{max} = v_{x,max} \cdot t = 5{,}0 \cdot 0{,}349.. = 1{,}74..$
$\Rightarrow d_{max} = 2 \cdot x_{max} = 2 \cdot 1{,}74.. = 3{,}49.. = 3{,}5 \text{ m}$

**3 *a***
$E_k \rightarrow E_z$
$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta h$ — 7.35 m/s
$v^2 = 2 \cdot 9{,}81 \cdot (3{,}50 - 0{,}75) = 53{,}95.. \Rightarrow v = 7{,}345.. = 7{,}35 \text{ m/s}$

***b***
Wanneer raakt de prop de grond?
$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
$0{,}75 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 0{,}152.. \Rightarrow t = 0{,}391..$ — 2,9 m
$\Rightarrow x = v_x \cdot t = 7{,}345.. \cdot 0{,}391.. = 2{,}87.. = 2{,}9 \text{ m}$

**4 *a***
Hoe lang duurt de ‘oversteek’?
$120 \text{ km/h} = (\div 3{,}6)\ 33{,}3.. \text{ m/s}$
$x = v_x \cdot t \Rightarrow 0{,}5 = 33{,}3.. \cdot t \Rightarrow 0{,}015 \text{ s}$ — 1,1 mm
In die tijd valt de trein
$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}015^2 = 0{,}00110.. = 1{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

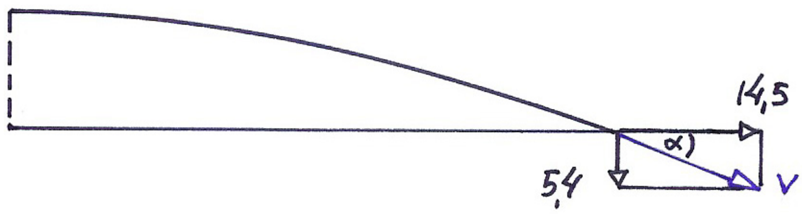
***b***
Een tweemaal zo grote oversteek duurt tweemaal zo lang.
In die tijd is de val $2^2$ = 4 x zo diep: $4 \cdot 1{,}10.. \cdot 10^{-3} = 4{,}40.. \cdot 10^{-3} = 4{,}4 \cdot 10^{-3}$ m — 4,4 mm

**5**
Antwoord C.
$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
$(20 - 12) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 1{,}6 \Rightarrow t = 1{,}26..$ — 23,7 m/s
$\Rightarrow v_x = \frac{x}{t} = \frac{30}{1{,}26..} = 23{,}71.... = 23{,}7 \text{ m/s}$

**6**
Hoe lang duurt de val?
$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
$0{,}20 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 0{,}0407.. \Rightarrow t = 0{,}201.. \text{ s}$ — 2,0 m/s
$\Rightarrow v_x = \frac{x}{t} = \frac{0{,}40}{0{,}201..} = 1{,}98.. = 2{,}0 \text{ m/s}$

**7 *a***
Wanneer raakt het pijltje de grond?
$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
$1{,}50 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 0{,}3050.. \Rightarrow t = 0{,}5530..$ — 14,5 m/s
$\Rightarrow v_x = \frac{x}{t} = \frac{8{,}00}{0{,}5530..} = 14{,}46.. = 14{,}5 \text{ m/s}$

**b** $v_y = g \cdot t = 9{,}81 \cdot 0{,}5530.. = 5{,}424..\ \text{m/s}$

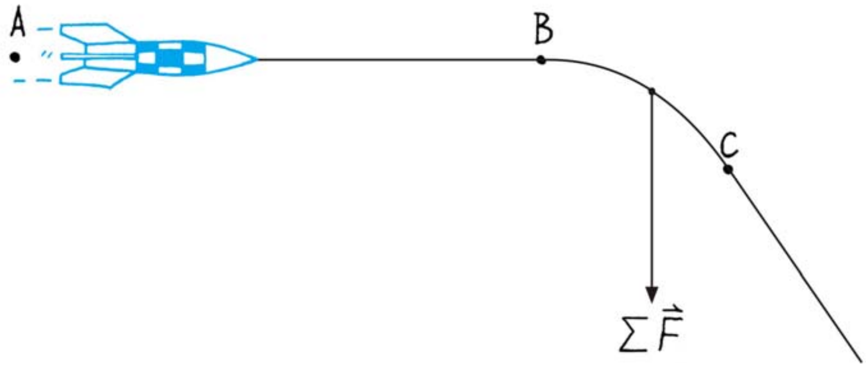



$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{14{,}46..^2 + 5{,}424..^2} = 15{,}45.. = 15{,}5\ \text{m/s}$

$\tan\alpha = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{5{,}424..}{14{,}46..} = 0{,}3749.. \Rightarrow \alpha = 20{,}55.. = 20{,}6\ ^\circ$

15,5 m/s
20,6 °

**8** **a**




–

**b** De baan tussen B en C is die als van een horizontale worp op aarde. Blijkbaar is de richting van $\Sigma\vec{F}$ loodrecht op de snelheid tussen A en B, dus loodrecht de lijn AB.

–

**9** **a** Hoe lang duurt 11 cm vallen?

$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$0{,}11 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 0{,}0224.. \Rightarrow t = 0{,}149..$

$\Rightarrow v_x = \dfrac{x}{t} = \dfrac{2{,}00}{0{,}149..} = 13{,}35.. = 13{,}4\ \text{m/s}$

–

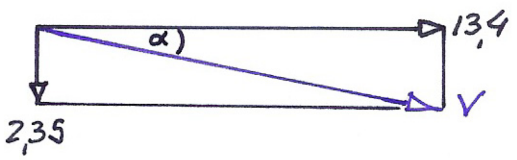
**b** Hoe lang duurt de oversteek?

$x = v_x \cdot t \Rightarrow 3{,}20 = 13{,}35.. \cdot t \Rightarrow t = 0{,}239..\ \text{s}$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}239..^2 = 0{,}2816.. = 0{,}282\ \text{m}$

28 cm

**c** $v_y = g \cdot t = 9{,}81 \cdot 0{,}239.. = 2{,}350..\ \text{m/s}$




$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{13{,}35..^2 + 2{,}350..^2} = 13{,}56.. = 13{,}6\ \text{m/s}$

$\tan\alpha = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{2{,}350..}{13{,}35..} = 0{,}1759.. \Rightarrow \alpha = 9{,}98.. = 10\ ^\circ$

Dit is de hoek met de horizontaal.

13,6 m/s
10 °

**10** –

–

## Opgaven 4.2 – De middelpuntzoekende kracht

**11**

$F_c = \dfrac{m \cdot (4\pi^2 \cdot r^2 \cdot f^2)}{r} = 4\pi^2 \cdot m \cdot r \cdot f^2$

Je kunt deze formule nog combineren met $\omega = 2\pi \cdot f$

$F_c = m \cdot (4\pi^2 \cdot f^2) \cdot r = m \cdot (2\pi \cdot f)^2 \cdot r = m \cdot \omega^2 \cdot r$

Antwoord: –

**12 a**

$$\left.\begin{array}{l} v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \\ v = 9 \text{ km/h} = 2{,}5 \text{ m/s} \\ T = 4 \cdot 0{,}02 = 0{,}08 \text{ s} \end{array}\right\} \Rightarrow 2{,}5 = \dfrac{2\pi \cdot r}{0{,}08} \Rightarrow r = 0{,}031.. = 0{,}03 \text{ m}$$

Antwoord: 3 cm

**b**

$F_c = \dfrac{m \cdot v^2}{r} = \dfrac{0{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}5^2}{0{,}031..} = 0{,}039.. = 0{,}04 \text{ N}$

Antwoord: 0,04 N

**13 a**

$\frac{65}{50} = 1{,}3\times$

Antwoord: 1,3

**b**

De wrijvingskracht levert de benodigde middelpuntzoekende kracht.

$F_w = F_c = \dfrac{m \cdot v^2}{r} \sim v^2$ wordt $1{,}3^2 = 1{,}69 = 1{,}7\times$ groter.

Antwoord: 1,7

**14 a**

Binas tabel 31: $g_{maan}$ = 1,63 m/s$^2$ en $R_{maan}$ = 1,738·10$^6$ m

Antwoord: –

**b**

De middelpuntzoekende kracht wordt geleverd door de zwaartekracht.

$F_c = F_z = m \cdot g = 500 \cdot 1{,}63 = 815 \text{ N}$

$\dfrac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g \Rightarrow \dfrac{v^2}{r} = g \Rightarrow v = \sqrt{g \cdot r}$

$\Rightarrow v = \sqrt{1{,}63 \cdot 1{,}738 \cdot 10^6} = 1683{,}.. = 1{,}68 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

$v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \Rightarrow 1683{,}.. = \dfrac{2\pi \cdot 1{,}738 \cdot 10^6}{T} \Rightarrow T = 6488{,}.. = 6{,}49 \cdot 10^3 \text{ s}$

of $T = 6488{,}.. \text{ s} = (\div 60)\ 108{,}1.. = 108 \text{ min}$

Antwoord: 815 N
1,68 km/s
108 min

**15**

$T = \dfrac{60 \text{ s}}{45} = 1{,}33.. = 1{,}3 \text{ s}$

$v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} = \dfrac{2\pi \cdot 0{,}256}{1{,}33..} = 1{,}20.. = 1{,}2 \text{ m/s}$

$F_c = \dfrac{m \cdot v^2}{r} = \dfrac{7{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}20..^2}{0{,}256} = 0{,}0397.. = 0{,}040 \text{ N}$

Antwoord: 1,3 s
1,2 m/s
0,040 N

**16**

De middelpuntzoekende kracht komt van het gewicht van de massa in het midden.

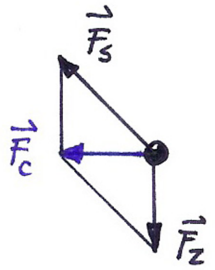
$F_c = F_z = M \cdot g = 40{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 = 0{,}3924 = 0{,}392 \text{ N}$

$F_c = \dfrac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow 0{,}3924 = \dfrac{5{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot v^2}{0{,}55} \Rightarrow v = \sqrt{43{,}1..} = 6{,}56.. = 6{,}6 \text{ m/s}$

$v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} \Rightarrow 6{,}56 = \dfrac{2\pi \cdot 0{,}55}{T} \Rightarrow T = 0{,}525.. = 0{,}53 \text{ s}$

Antwoord: 0,392 N
6,6 m/s
0,53 s

**17** ***a***




–

***b***

$F_z = m \cdot g = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 = 0{,}784.. = 0{,}78$ N

$\cos\alpha = \dfrac{F_z}{F_s} = \dfrac{0{,}784..}{1{,}30} \Rightarrow \alpha = 52{,}8.. = 53^\circ$

${F_c}^2 + {F_z}^2 = {F_s}^2 \Rightarrow F_c = \sqrt{1{,}30^2 - 0{,}784..^2} = 1{,}03.. = 1{,}0$ N

0,78 N
53 °
1,0 N

***c***

$\dfrac{r}{\ell} = \sin\alpha \Rightarrow \dfrac{r}{1{,}00} = \sin(52{,}86..) \Rightarrow r = 0{,}797.. = 0{,}80$ m

0,80 m

***d***

$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r \Rightarrow 1{,}03.. = 80 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 \cdot 0{,}797..$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{16{,}25} = 4{,}03..$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} \Rightarrow 4{,}03.. = \dfrac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1{,}55.. = 1{,}6$ s

1,6 s

**18**

Newton kon zo een schatting maken van de massa van de aarde.

$M_{\oplus} = \rho \cdot V_{\oplus} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot {R_{\oplus}}^3 \approx 5{,}5 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^3 \approx 6 \cdot 10^{24}$ kg

$\dfrac{G \cdot M_{\oplus}}{{R_{\oplus}}^2} = g \Rightarrow \dfrac{G \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6{,}4 \cdot 10^6)^2} = 9{,}8 \Rightarrow G = 6{,}6.. \cdot 10^{-11} = 7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$

$7 \cdot 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2kg^{-2}}$

**19** ***a***

Dan is er geen last van luchtweerstand bij de bereikte hoge snelheden.

–

***b***

$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \dfrac{240}{60} = 8\pi$ rad/s

$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r = 5500 \cdot (8\pi)^2 \cdot 6{,}0 = 2{,}08.. \cdot 10^7 = 2{,}1 \cdot 10^7$ N

$2{,}1 \cdot 10^7$ N

***c***

$a_c = \omega^2 \cdot r = 5 \cdot g$

$\Rightarrow \omega^2 \cdot 15 = 5 \cdot 9{,}81 \Rightarrow \omega = \sqrt{3{,}27} = 1{,}80..$ rad/s

$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow 1{,}80.. = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = 0{,}287.. = 0{,}29$ Hz

0,29 Hz

**20** ***a***

Ook de buitenrand van de band heeft een snelheid van 100 km/h.

$v = 100$ km/h $= 27{,}7..$ m/s

$v = \omega \cdot R_1 \Rightarrow 27{,}7.. = \omega \cdot 0{,}29 \Rightarrow \omega = 95{,}7.. = 96$ rad/s

$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow 95{,}7.. = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = 15{,}2.. = 15$ Hz

96 rad/s

***b***

$v = \omega \cdot R_2 = 95{,}7.. \cdot 0{,}18 = 17{,}2.. = 17$ m/s

17 m/s

***c***

$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R_2 = 50 \cdot 10^{-3} \cdot (95{,}7..)^2 \cdot 0{,}18 = 82{,}5.. = 83$ N

83 N

**21** ***a***

$a_c = \dfrac{v^2}{r} \Rightarrow [a_c] = \dfrac{(\mathrm{m/s})^2}{\mathrm{m}} = \dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{m}} = \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

–

***b***

$\omega = \dfrac{360^\circ}{T} = \dfrac{360^\circ}{60} = 6\ ^\circ/\mathrm{s}$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{60} = 0{,}104.. = 0{,}10$ rad/s

6 °/s
0,10 rad/s

**Opgaven hoofdstuk 4**

**22** *De auto*

In de tijd dat de auto 7,3 − 2,4 = 4,9 m gedaald is, moet hij 15 m verder gekomen zijn. 54 km/h

$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow 4{,}9 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot t^2 \Rightarrow t = 1{,}0 \text{ s}$

$x = v_x \cdot t \Rightarrow 15{,}0 = v_x \cdot 1{,}0 \Rightarrow v_x = 15 \text{ m/s} = 54 \text{ km/h}$

*De motor*

Draai de film terug. Hoe groot moet dan zijn horizontale snelheid minstens zijn?

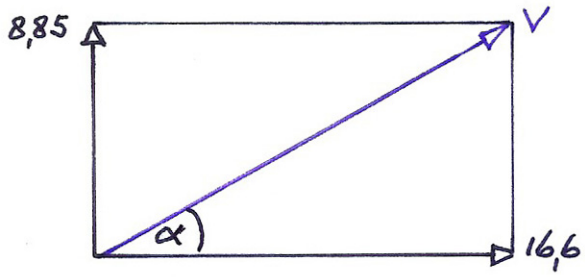
In de tijd dat de motor 14 − 10 = 4 m gedaald is, moet hij 15 m verder gekomen zijn.

$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0{,}90.. \text{ s}$

$x = v_x \cdot t \Rightarrow 15 = v_x \cdot 0{,}90.. \Rightarrow v_x = 16{,}6.. \text{ m/s}$

Bij het neerkomen is zijn verticale snelheid

$v_y = g \cdot t = 9{,}8 \cdot 0{,}90.. = 8{,}85.. \text{ m/s}$




68 km/h
28°

$v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2} = \sqrt{16{,}6..^2 + 8{,}85..^2} = 18{,}8.. = 19 \text{ m/s} = 68 \text{ km/h}$

$\tan\alpha = \frac{8{,}85..}{16{,}6..} = 0{,}533.. \Rightarrow \alpha = 28{,}0.. = 28^\circ$

**23**

$\left.\begin{array}{l} y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v} \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v^2} = \frac{g}{2v^2} \cdot x^2 = \text{constante} \cdot x^2$ –

Dit is de formule voor een parabool.

**24** ***a1***

$A = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot (10{,}0 \cdot 10^{-3})^2 = 7{,}853.. \cdot 10^{-5} = 7{,}85 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ $7{,}85 \cdot 10^{-5}$ $\text{m}^2$

***a2***

Uit de slang komt in één seconde een kolom water van 3,8 m lang. –

Per seconde $V = A \cdot \ell = 7{,}853.. \cdot 10^{-5} \cdot 3{,}8 = 2{,}98.. \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$

Per minuut $60 \cdot 2{,}98.. \cdot 10^{-4} = 179{,}0.. \cdot 10^{-4} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 18 \text{ L}$

***b***

Hoe lang duurt de oversteek?

$x = v_x \cdot t \Rightarrow 2{,}00 = 3{,}8 \cdot t \Rightarrow t = 0{,}526.. \text{ s}$

In die tijd valt het water 1,4 m

$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 == \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}526..^2 = 1{,}35.. = 1{,}4 \text{ m}$

***c***

Eerst de snelheid van het water berekenen.

$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow 0{,}80 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0{,}403.. \text{ s}$

$x = v_x \cdot t \Rightarrow 2{,}00 = v_x \cdot 0{,}403.. \Rightarrow v_x = 4{,}95.. \text{ m/s}$ 23 L/min

De hoeveelheid water die uit de slang komt is evenredig met de snelheid:

$\frac{4{,}95..}{3{,}8} \cdot 17{,}9.. = 23{,}3.. = 23 \text{ L/min}$

**25 a**

$f = \frac{250000}{60} = 4{,}16..\cdot 10^3$ Hz

$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 4{,}16..\cdot 10^3 = 2{,}61..\cdot 10^4 = 2{,}6 \cdot 10^4$ rad/s

$a_c = \omega^2 \cdot r = \left(2{,}61..\cdot 10^4\right)^2 \cdot 0{,}75 \cdot 10^{-3} = 5{,}14..\cdot 10^5 = 5{,}1 \cdot 10^5$ m/s$^2$

$2{,}6 \cdot 10^4$ rad/s
$5{,}1 \cdot 10^5$ m/s$^2$

**b**

$v = \omega \cdot r = 2{,}61..\cdot 10^4 \cdot 0{,}75 \cdot 10^{-3} = 19{,}6.. = 20$ m/s

20 m/s

**26 a**

$F_{s,max} = F_z = m \cdot g = 7{,}00 \cdot 9{,}81 = 68{,}67 = 68{,}7$ N

68,7 N

**b**

$F_{s,max} = F_c = m \cdot \frac{{v_{max}}^2}{r}$

$\Rightarrow 68{,}67 = 5{,}00 \cdot \frac{{v_{max}}^2}{0{,}35} \Rightarrow v_{max} = 2{,}19.. = 2{,}2$ m/s

2,2 m/s

**c**

$v_{max} = \omega_{max} \cdot r = 2\pi \cdot f_{max} \cdot r$

$\Rightarrow 2{,}19.. = 2\pi \cdot f_{max} \cdot 0{,}35 \Rightarrow f_{max} = 0{,}996.. = 1{,}0$ Hz

1,0 Hz

**27 a**

| $r$ (m) | $10T$ (s) | $T^2$ (s$^2$) |
|---|---|---|
| 0,25 | 3,85 | 0,15 |
| 0,34 | 4,22 | 0,18 |
| 0,51 | 5,05 | 0,26 |
| 0,79 | 6,34 | 0,40 |
| 0,95 | 6,78 | 0,46 |
| 1,00 | | |

–

**b1**

$$\left.\begin{aligned} M \cdot g &= \frac{m \cdot v^2}{r} \\ v &= \frac{2\pi \cdot r}{T} \end{aligned}\right\} \Rightarrow M \cdot g = \frac{m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}}{r} = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r^2}{r \cdot T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{m \cdot 4\pi^2}{M \cdot g} \cdot \frac{r^2}{r} = k \cdot r$$

–

**b2**

$k = \frac{m \cdot 4\pi^2}{M \cdot g} = \frac{15 \cdot 4\pi^2}{120 \cdot 9{,}81} = 0{,}503.. = 0{,}50$ s$^2$/m

0,50 s$^2$/m

**b3**

$T^2 = 0{,}50 \cdot 1{,}00 = 0{,}50$ s$^2$

$T = \sqrt{0{,}50} = 0{,}709.. = 0{,}71$ s

0,50 s$^2$
0,71 s

**c1**

$T \sim \sqrt{r}$ : een halve liggende parabool

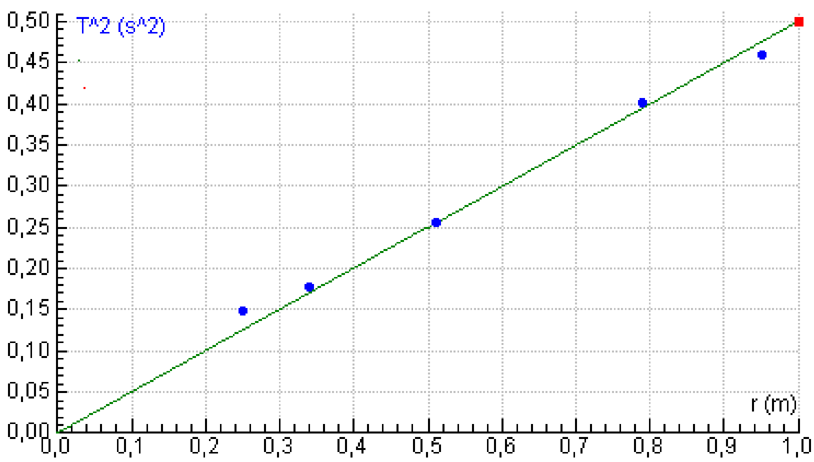
–

**c2**

$T^2 \sim r$ : een rechte lijn door de oorsprong

-

**d**




–

**28**

De minutenwijzer draait 360° in 60 minuten $\Rightarrow \alpha_{\text{minuut}} = \dfrac{t}{60} \cdot 360° = 6 \cdot t$ .

De uurwijzer draait 360° in 12 x 60 = 720 minuten $\Rightarrow \alpha_{\text{uur}} = \dfrac{t}{720} \cdot 360° = 0{,}5 \cdot t$

De tijd moet je dan in minuten rekenen.

***a*** Om middernacht (of 12:00 uur) vallen de wijzers over elkaar heen. Als de grote wijzer weer over de kleine wijzer valt, heeft de grote een extra rondje gemaakt.

Dus wanneer is $\alpha_{\text{minuut}} - \alpha_{\text{uur}} = \text{k} \cdot 360,\ \text{k} = 1, 2, \ldots$ ?

$\alpha_{\text{minuut}} - \alpha_{\text{uur}} = 6 \cdot t - 0{,}5 \cdot t = \text{k} \cdot 360 \Rightarrow t = \text{k} \cdot \frac{360}{5{,}5} = \text{k} \cdot 65{,}4..$ minuten

$k = 1 \rightarrow 01:05:27{,}3$

$k = 2 \rightarrow 02:10:54{,}5$

Enzovoorts.

01:05:27,3
02:10:54,5
enz.

***b*** $\alpha_{\text{minuut}} - \alpha_{\text{uur}} = 6 \cdot t - 0{,}5 \cdot t = 120 \Rightarrow t = \cdot \frac{120}{5{,}5} = 21{,}8..$ minuten

Dus om 12: 21: 49,1

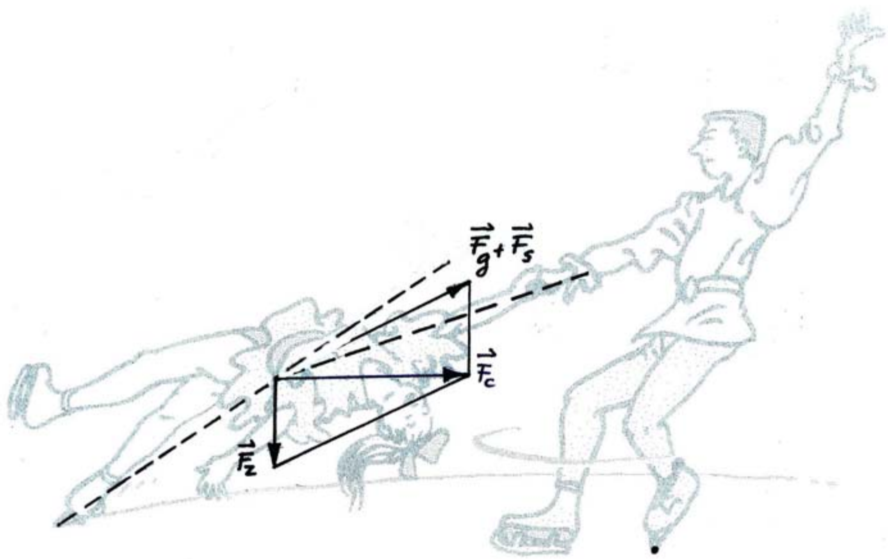
12:21:49,1

**29** ***a*** $F_{\text{c}} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot (2\pi \cdot f)^2 \cdot r = 4\pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot r$

$\Rightarrow F_{\text{c}} = 4\pi^2 \cdot 60 \cdot 0{,}37^2 \cdot 2{,}70 = 875{,}.. = 8{,}8 \cdot 10^2$ N

$8{,}8 \cdot 10^2$ N

***b*** Er werken drie krachten op de schaatsster: $\vec{F}_{\text{z}}$ en via de stippellijnen $\vec{F}_{\text{g}}$ bij de grond op de schaats en de spankracht $\vec{F}_{\text{s}}$ via de hand van haar partner.Van deze laatste twee is hier de somvector getekend.




**30** ***a*** $G = 6{,}67.. \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻² (Binas tabel 7)

$M_{\oplus} = 5{,}97.. \cdot 10^{24}$ kg (Binas tabel 31)

$R_{\otimes} = 6{,}37.. \cdot 10^{6}$ m (Binas tabel 31)

$\Rightarrow r = 6{,}37.. \cdot 10^6 + 1{,}00.. \cdot 10^6 = 7{,}37.. \cdot 10^6$ m $\Rightarrow$

$$\Rightarrow g = \frac{6{,}67.. \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97.. \cdot 10^{24}}{\left(7{,}37.. \cdot 10^6\right)^2} = 7{,}325.. = 7{,}33 \text{ m/s}^2$$

7,33 m/s²

***b*** $a_{\text{c}} = \omega^2 \cdot r = g \Rightarrow \omega^2 \cdot 7{,}37.. \cdot 10^6 = 7{,}325.. \Rightarrow \omega = 9{,}96.. \cdot 10^{-4}$ rad/s

$\Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{T} \Rightarrow 9{,}96.. \cdot 10^{-4} = \dfrac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 6305{,}.. = 6{,}31 \cdot 10^3 \text{ s} = 105$ minuten

$\Rightarrow v = \omega \cdot r = 9{,}96.. \cdot 10^{-4} \cdot 7{,}37.. \cdot 10^6 = 7351{,}.. = 7{,}35 \cdot 10^3$ m/s

105 min
7,35 km/s

**31** ***a***

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \cdot 6{,}378 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} = 463{,}8.. = 464 \text{ m/s}$$

Eigenlijk moet je hier voor $T$ de siderische omlooptijd gebruiken die ook in tabel 31 genoemd wordt; zie **Extra** op p. 93. $T_{siderisch}$ = 23,93 h. Hiermee wordt het antwoord 465 m/s.

464 m/s

***b***

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(463{,}8..)^2}{6{,}378 \cdot 10^6} = 0{,}03373.. = 0{,}0337 \text{ m/s}^2$$

Bij gebruik van 23,93 h wordt het antwoord 0,0339 $\text{m/s}^2$.

0,0337 $\text{m/s}^2$

***c*** Eerste manier

Zie p. 86: $g_{evenaar} = 9{,}7805 \text{ m/s}^2$

Als de aarde stil zou staan, zou dat zijn 9,7805 + 0,0337 = 9,8142 $\text{m/s}^2$

$\frac{0{,}0337}{9{,}8142} = 0{,}00343.. = 0{,}34\%$

Tweede manier

Je kunt ook gebruik maken van $g = \frac{GM}{R_\oplus^2} = \frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}976 \cdot 10^{24}}{(6{,}378 \cdot 10^6)^2} = 9{,}802 \text{ m/s}^2$

Deze waarden schelen 0,1%. De verklaring voor dat verschil weten we niet. Misschien heeft het ermee te maken dat de aarde geen perfecte homogene bol is.

0,34%

***d*** Dan zou $a_c = g$ = 9,8142 $\text{m/s}^2$

$$a_c = \omega^2 \cdot r \Rightarrow 9{,}8142 = \omega^2 \cdot 6{,}378 \cdot 10^6 \Rightarrow \omega = 0{,}00124.. \text{ rad/s} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow T = 5065{,}.. \text{ s} = 84{,}41.. \text{ min} = 84 \text{ min } 25 \text{ s}$$

84,4 min

**32** ***a*** Als het dynamowieltje niet slipt, komt één omtrek van dat wieltje overeen met eenzelfde afstand op de band.

–

***b***

$v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$

$v = \omega \cdot r \Rightarrow 10 = \omega \cdot 0{,}32 \Rightarrow \omega = 31{,}2.. = 31 \text{ rad/s}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 31{,}2.. \Rightarrow T = 0{,}201.. = 0{,}20 \text{ s}$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}201..} \Rightarrow T = 4{,}97.. = 5{,}0 \text{ Hz}$

$a_c = \omega^2 \cdot r = 31{,}2..^2 \cdot 0{,}32 = 312{,}.. = 3{,}1 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2$

31 rad/s
0,20 s
5,0 Hz
$3{,}1 \cdot 10^2$ $\text{m/s}^2$

***c*** De diameter van een dynamowieltje is ongeveer 2 cm, dus ongeveer 32 x zo klein als dit fietswiel.
Het toerental is dan ongeveer 32 x zo groot, dus 160 omwentelingen per seconde.

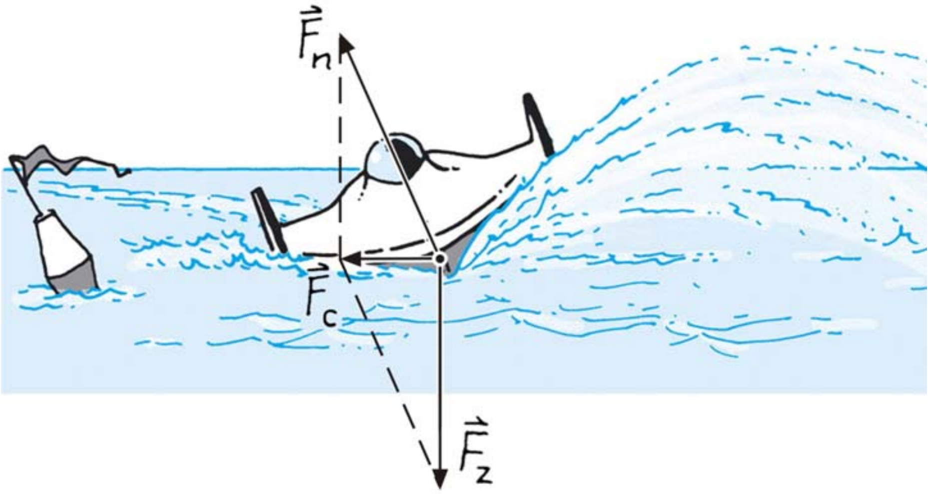
Het toerental mag je ook opgeven als het aantal omwentelingen per minuut $\Rightarrow$ toerental = 160·60 = $9{,}6 \cdot 10^3$ p. min

160 Hz
$9{,}6 \cdot 10^3$ p. min

***d*** Te veel.
De diameter van een zachte band is kleiner. Bij een zelfde snelheid zal het wiel vaker ronddraaien. Daardoor zal de snelheidsmeter een te grote snelheid aangeven.

–

**33** ***a***



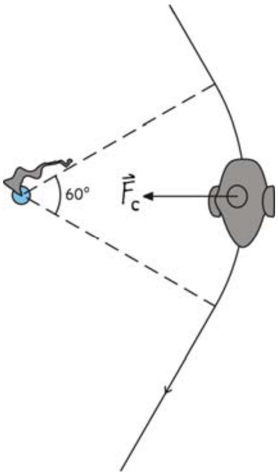

–

***b*** $v = 200$ km/h $= 55.5..$ m/s

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{150 \cdot 55,5..^2}{40} = 11,5.. \cdot 10^3 = 12 \cdot 10^3 \text{ N}$$

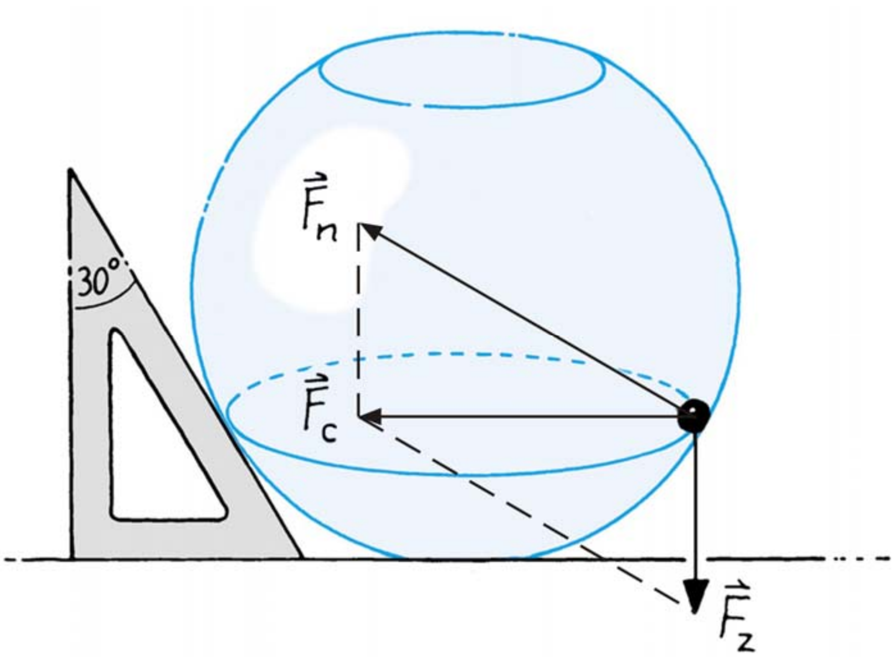
12 kN

***c***




–

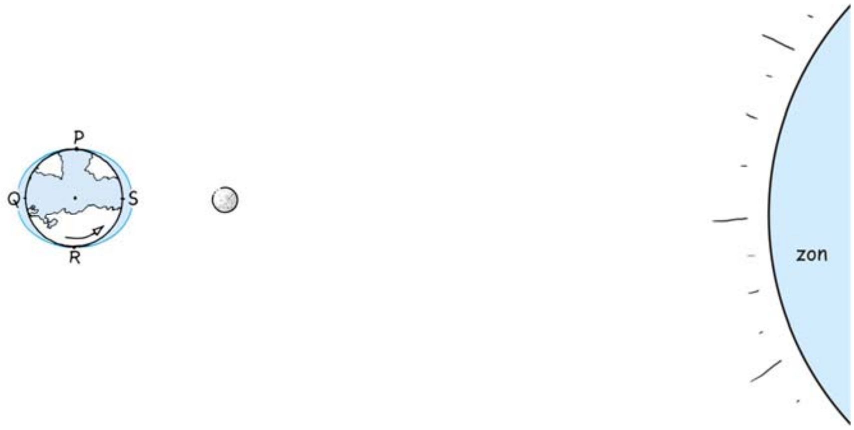
**34** ***a1***




–

***a2*** $F_c = m \cdot g \cdot \tan 60 = 4,0 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot \tan 60 = 0,0679.. = 0,068$ N

68 mN

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ***b*** | $r = R \cdot \sin 60 = 15 \cdot \sin 60 = 12{,}9.. = 13$ cm | 13 cm |
| | ***c*** | $F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r \Rightarrow 0{,}0679.. = 4{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot \omega^2 \cdot 0{,}129.. \Rightarrow \omega = 11{,}4.. = \frac{2\pi}{T}$<br>$\Rightarrow T = 0{,}549.. \Rightarrow 10 \cdot T = 5{,}49.. = 5{,}5$ s | 5,5 s |
| | ***d*** | $F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot g \cdot \tan\alpha \Rightarrow \omega^2 \cdot R \cdot \sin\alpha = g \cdot \tan\alpha \Rightarrow \omega^2 \cdot R = g \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$<br>Onafhankelijk van de massa. Alle kogels met dezelfde hoeksnelheid zullen dezelfde baan volgen. | – |
| **35** | ***a*** | Ongeveer 6 uur.<br>Tijdens elke omwenteling van de aarde (24 uur) bevinden wij ons éénmaal in S en éénmaal in Q (vloed). Daartussen éénmaal in P en éénmaal in R (eb). | 6 uur |
| | ***b*** |  | |
| | ***c*** | $F_g = G\frac{m \cdot M}{r^2}$ (Zie Binas tabellen 32C en 31)<br>$F_{g,zon} = 6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}}{(149{,}6 \cdot 10^9)^2} = 0{,}0593.. = 0{,}059$ N<br>$F_{g,maan} = 6{,}6726 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{(384{,}4 \cdot 10^6)^2} = 3{,}31.. \cdot 10^{-5} = 3{,}3 \cdot 10^{-5}$ N | 0,059 N<br>$3{,}3 \cdot 10^{-5}$ N |
| | ***d*** | In ***c*** zijn de gemiddelde krachten berekend.<br>De kracht door de zon verschilt niet erg veel in P, Q, R en S: de diameter van de aarde is erg klein ten opzichte van de afstand van de aarde tot de zon.<br>De kracht door de maan verschilt in die punten veel meer, omdat de maan veel dichter bij staat. En juist de krachtveranderingen veroorzaken de getijdenbewegingen. | – |

## Toets

### 1 Een kogelbaan

**a**

| meting $x$(cm) | afwijking van gemiddelde $\lvert\Delta x\rvert$ (cm) |
|---|---|
| 71,65 | 0,84 |
| 72,05 | 0,44 |
| 72,50 | 0,01 |
| 72,85 | 0,36 |
| 73,40 | 0,91 |
| gemiddeld 72,49 | gemiddeld 0,51 |

Het resultaat van de meting is $x = 72{,}5 \pm 0{,}5$ cm ($\pm 0{,}7\%$)

72,5 cm
± 0,5 cm

**b1**

$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$0{,}900 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0{,}428..$ s

$x = v(0) \cdot t$

$0{,}725 = v(0) \cdot 0{,}428.. \Rightarrow v(0) = 1{,}692.. = 1{,}69$ m/s

1,69 m/s

**b2**

$\frac{0{,}5}{72{,}5} = 0{,}0068 = 0{,}7\%$ $\frac{1}{900} = 0{,}0011 = 0{,}1\%$ $\frac{1}{981} = 0{,}0010 = 0{,}1\%$

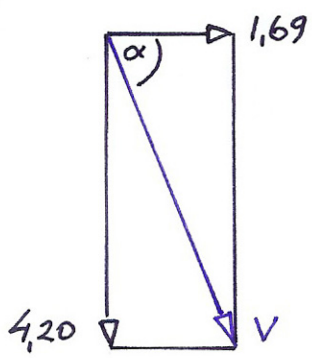
De meting van $x$ is tot op 0,7% betrouwbaar. De meting van $y$, die gebruikt is bij de berekening van v(0), is betrouwbaar tot op 0,1 %, evenals de waarde van $g$. De waarde van v(0) is betrouwbaar tot op 0,7 + 0,1 + 0,1 = 0,9%

0,9%

**b3**

$v_y = g \cdot t = 9{,}81 \cdot 0{,}428.. = 4{,}202..$ m/s

$v_x = v(0) = 1{,}692..$ m/s




$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{1{,}692..^2 + 4{,}202..^2} = 4{,}530.. = 4{,}53$ m/s

$\tan\ \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4{,}202..}{1{,}692..} = 2{,}482.. \Rightarrow \alpha = 68{,}08.. = 68{,}1°$

4,53 m/s
68,1°

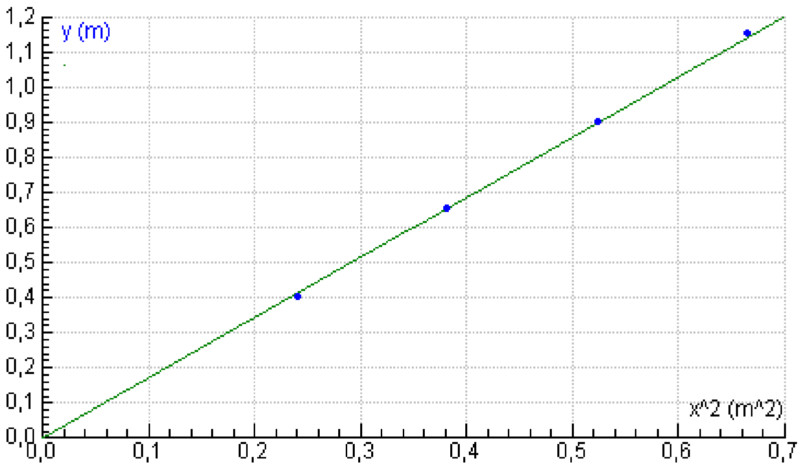
**c** Een parabool heeft de formule $y = c \cdot x^2$ of

$$\frac{y}{x^2} = \text{constant}$$

In de laatste kolom is dat wel ongeveer het geval.

| $y$ (m) | $x$ (m) | $x^2$ | $\frac{y}{x^2}$ |
|---|---|---|---|
| 0,400 | 0,491 | 0,241 | 1,66 |
| 0,650 | 0,618 | 0,382 | 1,70 |
| 0,900 | 0,725 | 0,526 | 1,71 |
| 1,150 | 0,816 | 0,666 | 1,73 |

Je kunt ook een grafiek maken van *y* tegen $x^2$. Die zou een rechte lijn door de oorsprong moeten geven.




–

**2** **Schaatsers in de bocht**

**a1** Hun hoeksnelheden zijn gelijk.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega \cdot r_1}{\omega \cdot r_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{30}{26} = \frac{1{,}15}{1}$$

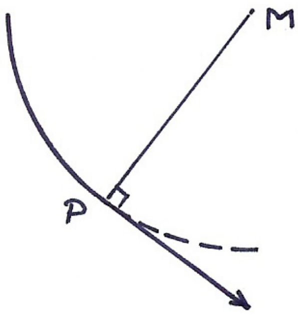
1,15 : 1

**a2**

$$\frac{F_{c,1}}{F_{c,2}} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot r_1}{m \cdot \omega^2 \cdot r_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{30}{26} = \frac{1{,}15}{1}$$

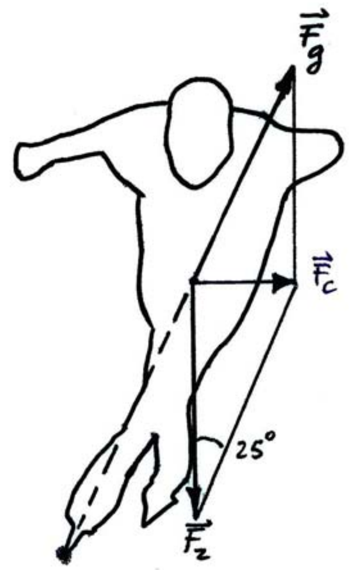
1,15 : 1

**b**




–

***c***




$F_c = F_z \cdot \tan 25 \Rightarrow \dfrac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot g \cdot \tan 25 \Rightarrow \dfrac{v^2}{r} = g \cdot \tan 25$

$\Rightarrow v^2 = 26 \cdot 9{,}81 \cdot \tan 25 \Rightarrow v = 10{,}9.. = 11$ m/s

11 m/s

**3** **Charon**

***a1*** $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T} = \dfrac{2\pi \cdot 2{,}0 \cdot 10^7}{6{,}4 \cdot 24 \cdot 3600} = 227{,}.. = 2{,}3 \cdot 10^2$ m/s — $2{,}3 \cdot 10^2$ m/s

***a2*** De gravitatiekracht levert de middelpuntzoekende kracht.

$G\dfrac{m \cdot M}{r^2} = \dfrac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow M = \dfrac{v^2 \cdot r}{G} = \dfrac{(227{,}..)^2 \cdot 2{,}0 \cdot 10^7}{6{,}67.. \cdot 10^{-11}} = 1{,}54.. \cdot 10^{22} = 1{,}5 \cdot 10^{22}$ kg — $1{,}5.10^{22}$ kg

***b*** Binas tabel 31: 6,39 d (siderische rotatieperiode) —

***c*** $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{6{,}39 \cdot 24 \cdot 3600} = 1{,}138.. \cdot 10^{-5} = 1{,}14 \cdot 10^{-5}$ rad/s — $1{,}14 \cdot 10^{-5}$ rad/s