

Als je een ander antwoord vindt, zijn er minstens twee mogelijkheden: óf dit antwoord is fout, óf jouw antwoord is fout.
Als je er (vrijwel) zeker van bent dat een antwoord fout is, stuur dan een briefje naar www.stevin.info. Alvast bedankt.

Opgaven 3.1 – Scalars en vectoren

1 Verplaatsing 4 m naar rechts en 1 m naar beneden.

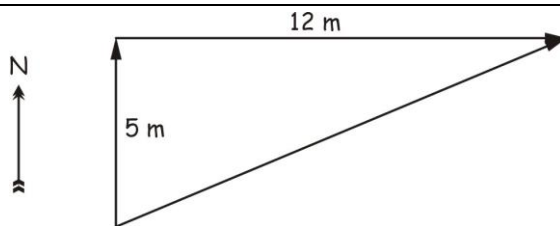
$$s = \sqrt{4^2 + 1^2} = 4,12.. = 4,1 \text{ m}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} 0,25 = 14,0.. = 14^\circ$$

α is de hoek met de horizontaal.

-

2 a



-

b 1^e manier: opmeten in figuur
 6,5 cm staat voor $6,5 \times 2 = 13 \text{ m}$

2^e manier: Pythagoras

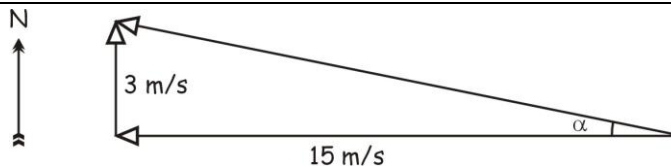
$$s = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ m}$$

13 m

c $\tan \alpha = \frac{12}{5} = 2,4 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} 2,4 = 67,3.. = 67^\circ$

67°

3



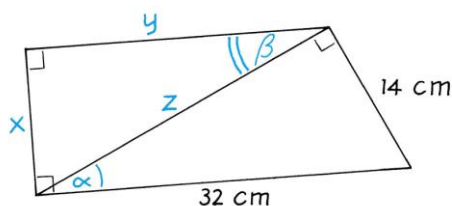
11°
 15 m/s

$$\tan \alpha = \frac{3}{15} = 0,2 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} 0,2 = 11,3.. = 11^\circ$$

$$v = \sqrt{15^2 + 3^2} = \sqrt{234} = 15,2.. = 15 \text{ m/s}$$

4

$\beta = \alpha$



-

$$\sin \alpha \left(= \frac{o}{s} \right) = \frac{14}{32} = 0,4375 \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} 0,4375 = 25,9.. = 26^\circ$$

26°

$$z^2 + 14^2 = 32^2 \Rightarrow z = \sqrt{32^2 - 14^2} = \sqrt{828} = 28,7.. = 29 \text{ cm}$$

29 cm

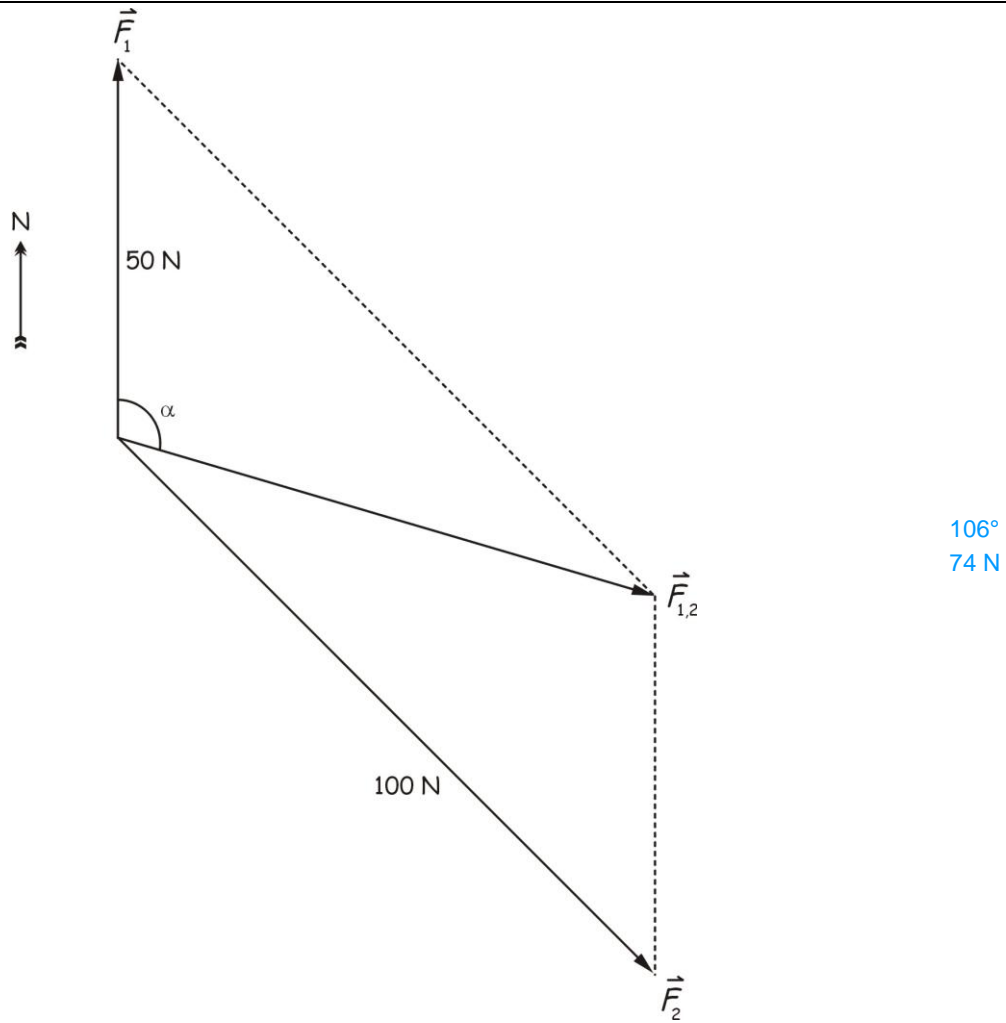
$$\frac{x}{z} = \sin \alpha \Rightarrow x = z \cdot \sin \alpha = 28,7.. \cdot \sin 25,9..^\circ = 12,5.. = 13 \text{ cm}$$

13 cm

$$x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow y = \sqrt{z^2 - x^2} = \sqrt{28,7..^2 - 12,5..^2} = \sqrt{669,5..} = 25,8.. = 26 \text{ cm}$$

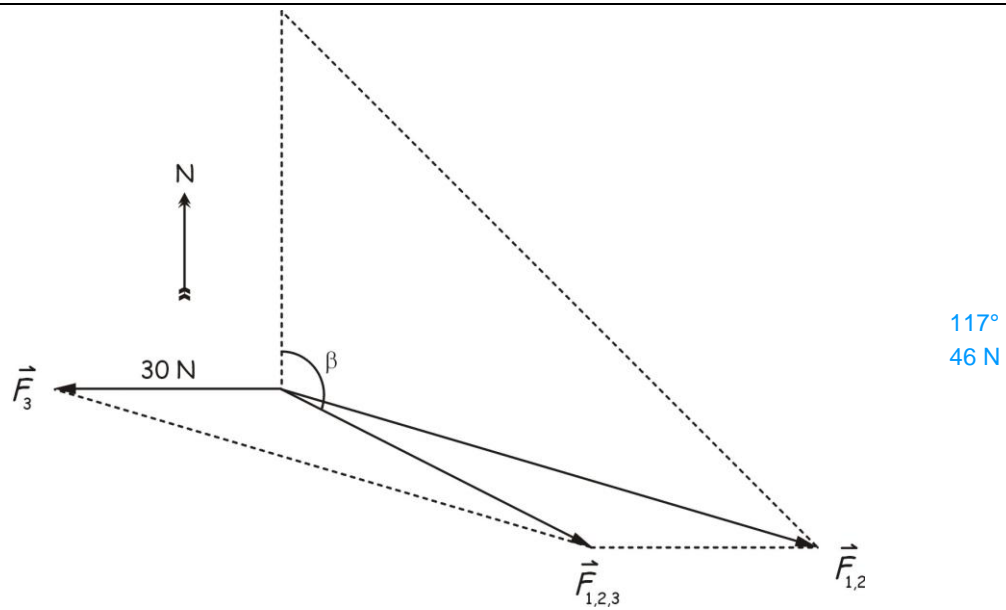
26 cm

5 a



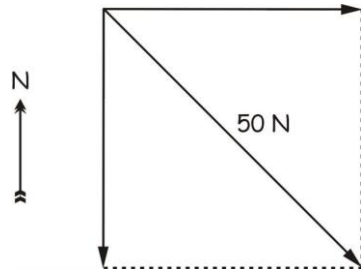
In figuur opmeten: $\alpha = 106^\circ$
 Resultante = 7,4 cm, staat voor 74 N

b



In figuur opmeten: $\beta = 117^\circ$
 Resultante = 4,6 cm, staat voor 46 N

6 a



-

b

$$\frac{F_{\text{zuid}}}{F} = \cos 45^\circ \Rightarrow F_{\text{zuid}} = F \cdot \cos 45^\circ = 50 \cdot \cos 45^\circ = 35,3.. = 35 \text{ N}$$

35 N

Hetzelfde geldt voor F_{oost} .

7 a

$$\frac{F_x}{F} = \cos \alpha \Rightarrow F_x = F \cdot \cos \alpha = 35 \cdot \cos 56^\circ = 19,5.. = 20 \text{ N}$$

20 N

$$\frac{F_y}{F} = \sin \alpha \Rightarrow F_y = F \cdot \sin \alpha = 35 \cdot \sin 56^\circ = 29,0.. = 29 \text{ N}$$

29 N

b

$$F_x^2 + F_y^2 = F^2 \Rightarrow F_y = \sqrt{F^2 - F_x^2} = \sqrt{47^2 - 32^2} = 34,4.. = 34 \text{ N}$$

34 N

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} = \frac{32}{47} \Rightarrow \alpha = 47,0.. = 47^\circ$$

47°

c

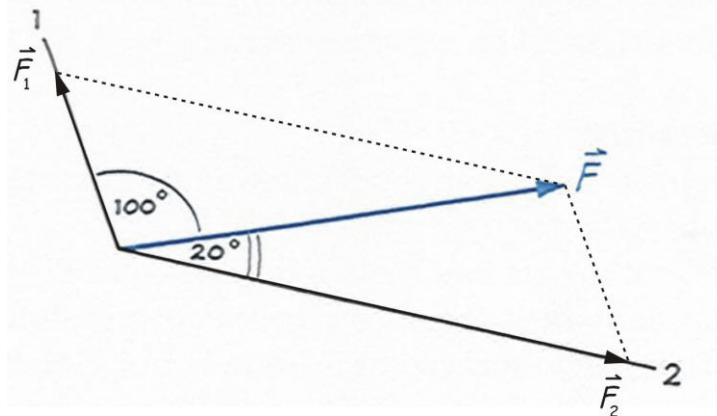
$$\frac{F_x}{F} = \cos \alpha \Rightarrow F = \frac{F_x}{\cos \alpha} = \frac{40}{\cos 50^\circ} = 62,2.. = 62 \text{ N}$$

62 N

$$\frac{F_y}{F_x} = \tan \alpha \Rightarrow F_y = F_x \cdot \tan \alpha = 40 \cdot \tan 50^\circ = 47,6.. = 48 \text{ N}$$

48 N

8 a



-

b

$$F_1 = 2,4 \times 1 = 2,4 \text{ N}$$

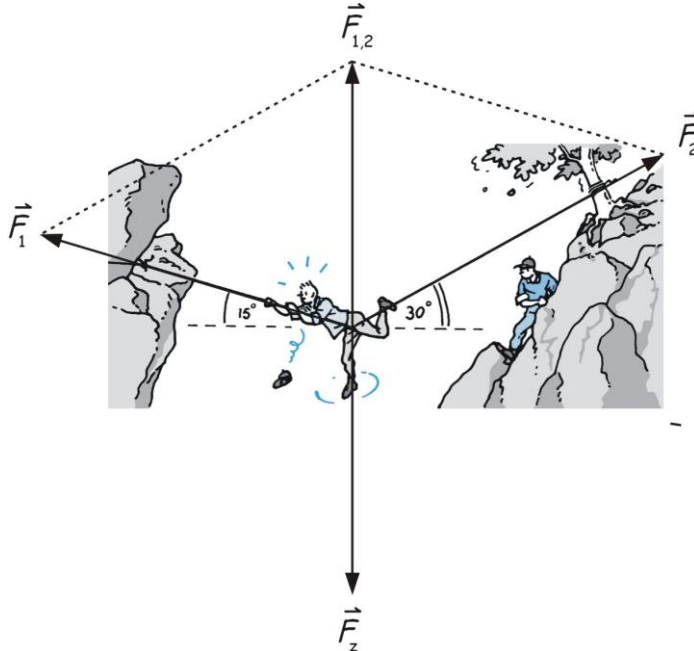
2,4 N

$$F_2 = 6,8 \times 1 = 6,8 \text{ N}$$

6,8 N

Opgaven 3.2 – Krachten in evenwicht

- 9 a $\Sigma \vec{F}_{1,2}$ moet even groot zijn als F_z en tegengesteld daaraan gericht. In de gegeven constructie is de richting van de somkracht is niet juist. Hieronder de verbetering.



b

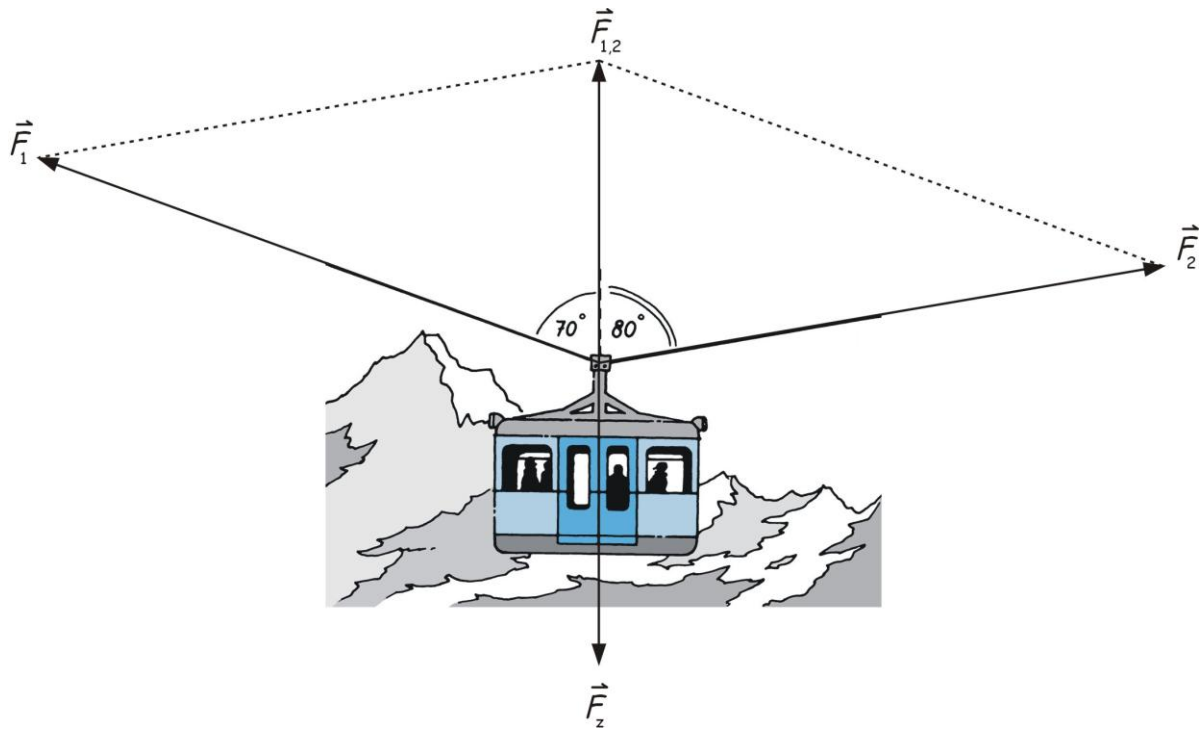
$$F_1 = 4,3 \times 200 = 860 = 8,6 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$F_2 = 4,8 \times 200 = 960 = 9,6 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$8,6 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$9,6 \cdot 10^2 \text{ N}$$

10	a	Het grootste deel van het gewicht wordt gedragen door de meest verticale draad.	-
	b	$2,0 \cdot 10^4$ N, want de cabine hangt dan bijna geheel aan de linkerkant van de kabel.	$2,0 \cdot 10^4$ N
	c	$1 \text{ cm} \hat{=} 5 \cdot 10^3 \text{ N}$	-



d	$F_1 = 7,8 \times 5 \cdot 10^3 = 39 \cdot 10^3 \text{ N}$	39 kN
	$F_2 = 7,5 \times 5 \cdot 10^3 = 38 \cdot 10^3 \text{ N}$	38 kN

11 a

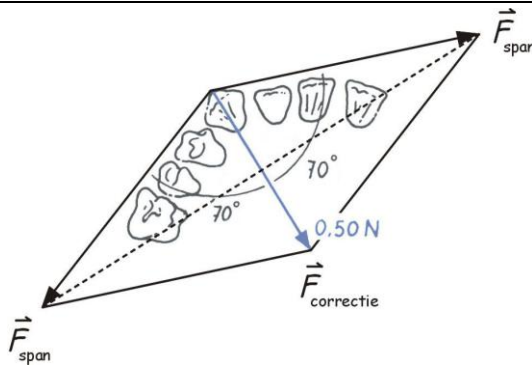
A diagram showing a person standing on a curved surface. The person's weight is represented by a downward force vector \vec{F}_{spier} . Two support forces, \vec{F}_1 and \vec{F}_2 , are shown acting upwards from the surface. The resultant force $\vec{F}_{1,2}$ is shown pointing vertically upwards. The angle between the surface and the vertical is 60° . Below the diagram, the following equations are given:

$$F_{\text{span}} = F_1 = F_2 \quad F_{\text{spier}} = F_{1,2}$$

- b** 1^e manier:
 $F_{1,2}$ is een van de zijden van een gelijkzijdige driehoek, waarvan één zijde al bekend is,
 nl $F_{1,2} = F_1 = F_2 = 130 \text{ N}$. Dus ook $F_{\text{spier}} = 130 \text{ N}$
- 2^e manier:
 Het krachtenparallelogram is een ruit. Hierin is $F_{1,2}$ een diagonaal, die door de andere
 diagonaal loodrecht door midden gedeeld wordt.
 $F_{\text{spier}} = F_{1,2} = 2 \cdot F_{\text{span}} \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot 130 \cdot \cos 60^\circ = 130 \text{ N}$

130 N

12



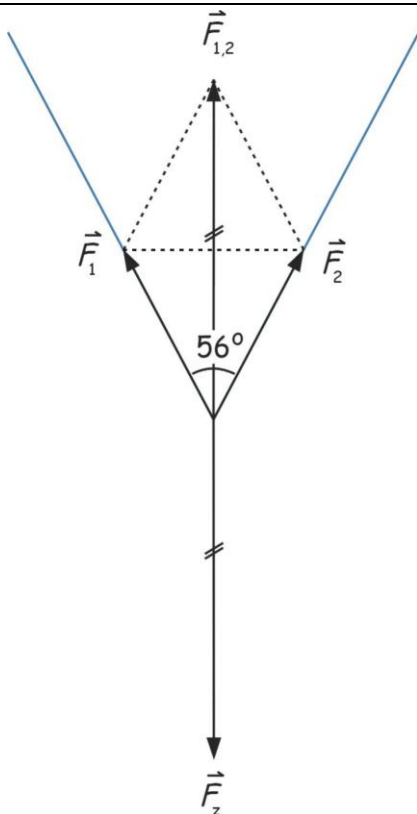
0,73 N

Het krachtenparallelogram is een ruit, dus

$$\frac{\frac{1}{2} F_{\text{correctie}}}{F_{\text{span}}} = \cos 70^\circ \Rightarrow F_{\text{span}} = \frac{\frac{1}{2} F_{\text{correctie}}}{\cos 70^\circ} = \frac{0,25}{\cos 70^\circ} = 0,730.. = 0,73 \text{ N}$$

Dit kun je controleren in de constructie.

13 a



50 N

1 cm $\hat{=}$ 20 N

Met meten vind je voor de spankrachten:

$$F_{\text{span}} = F_1 = F_2 = 50 \text{ N}$$

b Het krachtenparallelogram is een ruit, dus

$$\frac{\frac{1}{2} F_z}{F_{\text{span}}} = \cos 28^\circ \Rightarrow F_{\text{span}} = \frac{\frac{1}{2} F_z}{\cos 28^\circ} = \frac{45}{\cos 28^\circ} = 50,9.. = 51 \text{ N}$$

51 N

- c Noem de hoek tussen de twee touwen 2α .

$$F_{\text{span}} < 70 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\frac{1}{2} F_z}{F_{\text{span}}} > \frac{45}{70} = 0,642.. \Rightarrow \alpha < \cos^{-1} 0,642.. = 49,99..^\circ$$

99°

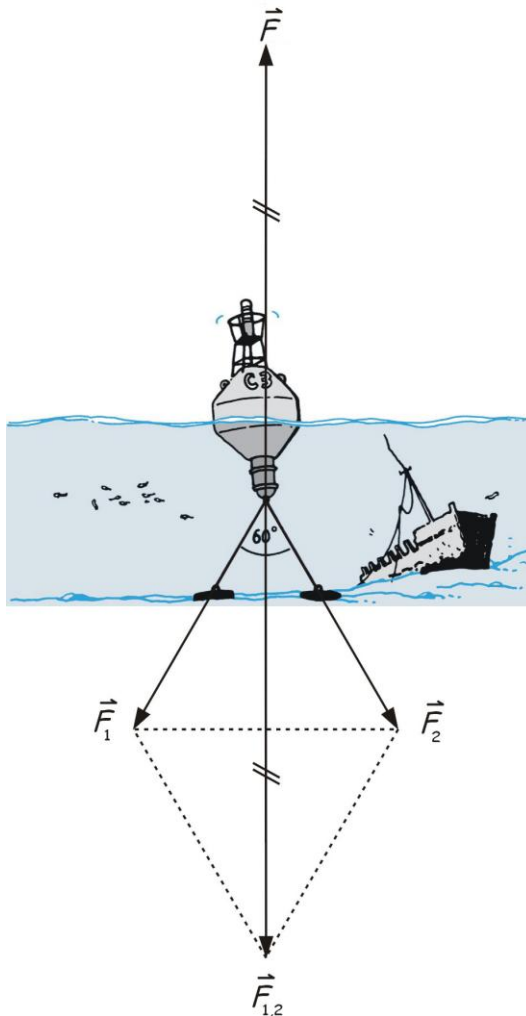
De hoek tussen de touwen mag maximaal het dubbele zijn.

Maar pas op: je mag nu niet op 100° afronden, want dan wordt de hoek net iets te groot. Het antwoord is dus 99°.

- 14 a De opwaartse kracht door het water is 4,4 kN; de zwaartekracht is 2,0 kN.

De spankrachten \vec{F}_1 en \vec{F}_2 in de kabels moeten dus samen de 2,4 kN omlaag leveren die nodig is om de boei op zijn plaats te houden.

De kracht \vec{F} die verticaal omhoog wijst, is 2,4 kN groot.



1,4 kN

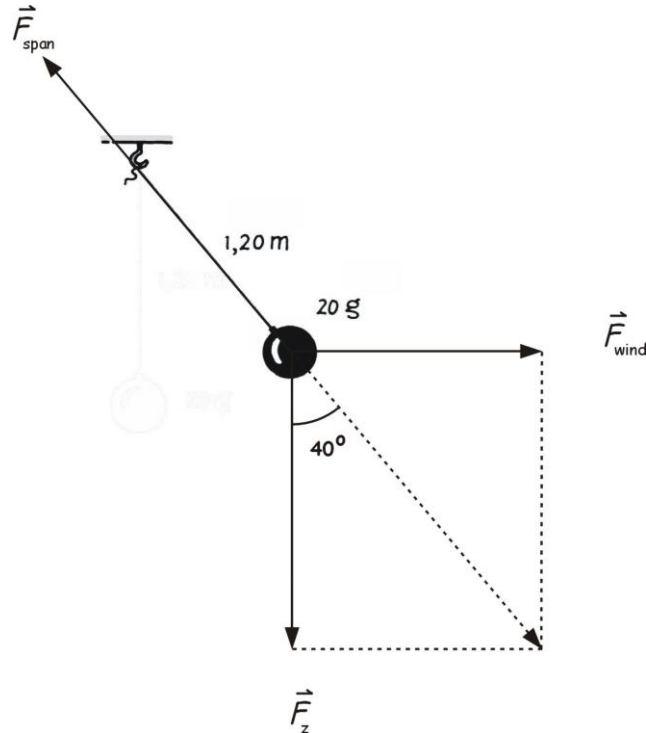
Het krachtenparallelogram is een ruit, dus

$$\frac{\frac{1}{2} F_{\text{omlaag}}}{F_{\text{span}}} = \cos 30^\circ \Rightarrow F_{\text{span}} = \frac{\frac{1}{2} F_{\text{omlaag}}}{\cos 30^\circ} = \frac{1,2 \text{ (kN)}}{\cos 30^\circ} = 1,38.. = 1,4 \text{ kN}$$

Dit vind je ook door opmeten in de figuur.

Opgaven hoofdstuk 3

15 a



0,16 N

De som van de krachten is nul, dus: $\vec{F}_{span} = -(\vec{F}_z + \vec{F}_{wind})$

$$F_z = m \cdot g = 0,020 \cdot 9,81 = 0,196 \text{ N}$$

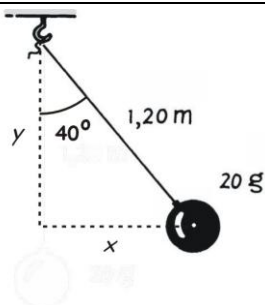
$$\frac{F_{wind}}{F_z} = \tan 40^\circ \Rightarrow F_{wind} = F_z \cdot \tan 40^\circ = 0,196 \cdot \tan 40^\circ = 0,164 \text{ N} \approx 0,16 \text{ N}$$

b

$$\frac{F_z}{F_{span}} = \cos 40^\circ \Rightarrow F_{span} = \frac{F_z}{\cos 40^\circ} = \frac{0,196}{\cos 40^\circ} = 0,256 \text{ N} \approx 0,26 \text{ N}$$

0,26 N

c



0,77 m

$$\frac{x}{1,20} = \sin 40^\circ \Rightarrow x = 1,20 \cdot \sin 40^\circ = 0,771 \text{ m} \approx 0,77 \text{ m}$$



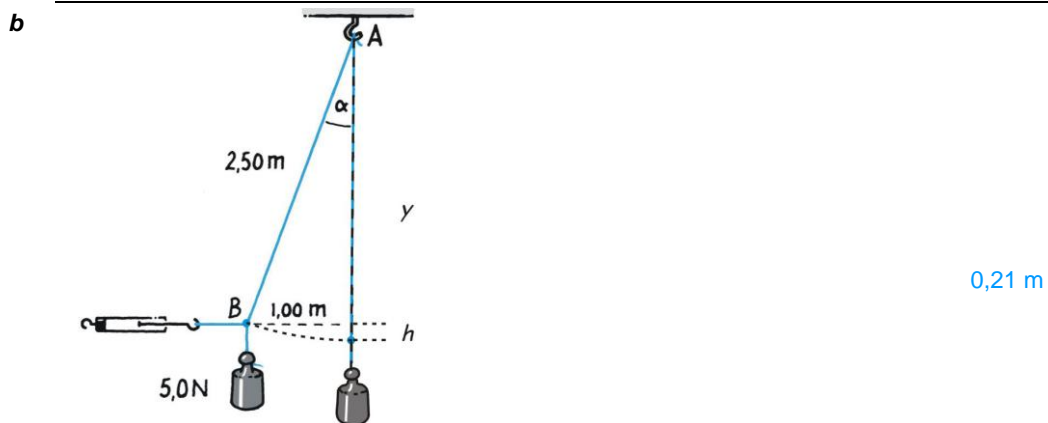
De bol beschrijft een stukje van een cirkel, dus:

$$h + y = 1,20 \text{ m}$$

$$\frac{y}{1,20} = \cos 40^\circ \Rightarrow y = 1,20 \cdot \cos 40^\circ = 0,919.. \text{ m}$$

$$\Rightarrow h = 1,20 - y = 1,20 - 0,919.. = 0,280.. = 0,28 \text{ m}$$

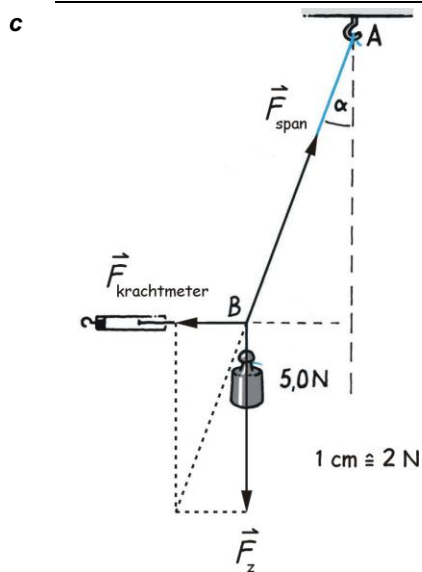
- 16 a** $\sin \alpha = \frac{1,00}{2,50} \Rightarrow \alpha = 23,57.. = 23,6^\circ$ 23,6°



B gaat langs een cirkelbaan omhoog, dus $h + y = 2,50 \text{ m}$.

$$y = \sqrt{2,50^2 - 1,00^2} = 2,291.. \text{ m}$$

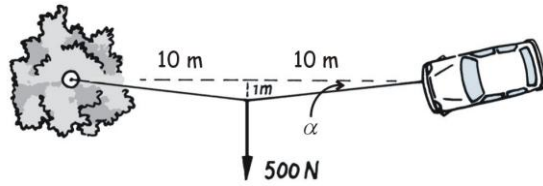
$$\Rightarrow h = 2,50 - 2,291.. = 0,208.. = 0,21 \text{ m}$$



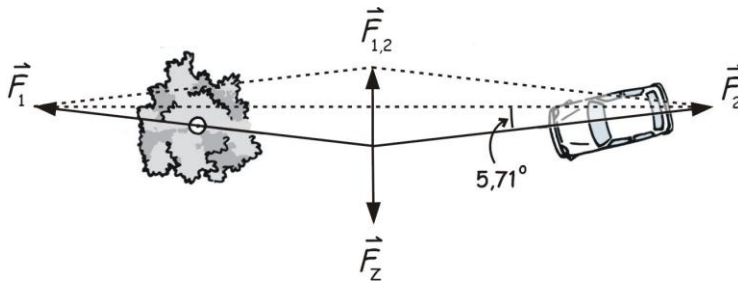
d

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_{span,x}}{F_z} = \tan \alpha \Rightarrow F_{span,x} = F_z \cdot \tan \alpha \\ F_{trek} = F_{span,x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{trek} = F_z \cdot \tan \alpha = 5,0 \cdot \tan 23,57..^\circ = 2,18.. = 2,2 \text{ N}$$

17



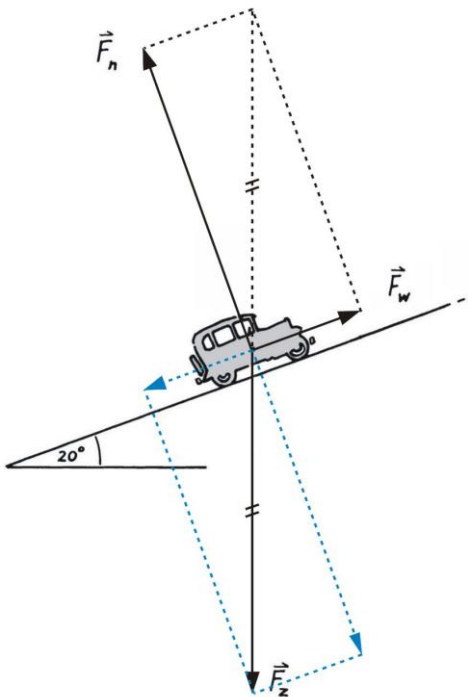
$$\tan \alpha = \frac{1}{10} \Rightarrow \alpha = 5,71..^\circ$$



2,5 kN

$$\frac{250}{F_{auto}} = \sin 5,71.. \Rightarrow F_{auto} = \frac{250}{\sin 5,71..} = 2512,.. = 2,5 \cdot 10^3 \text{ N}$$

18 **a**
b



c Zowel langs de helling als loodrecht op de helling geldt $\Sigma F = 0$

Langs de helling:

$$F_w = F_{z,x} = F_z \cdot \sin 20^\circ = 9,0 \cdot 10^3 \cdot \sin 20^\circ = 3,07.. \cdot 10^3 = 3,1 \cdot 10^3 \text{ N}$$

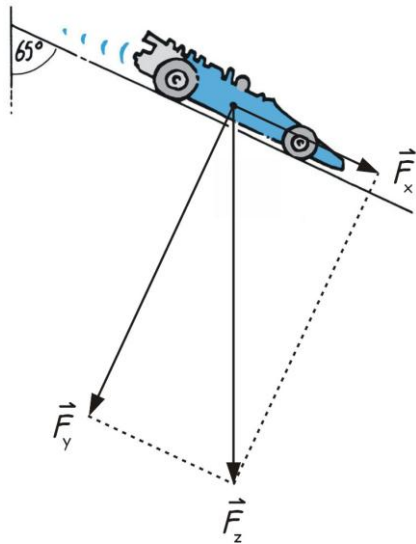
Loodrecht op de helling:

$$F_n = F_{z,y} = F_z \cdot \cos 20^\circ = 9,0 \cdot 10^3 \cdot \cos 20^\circ = 8,45.. \cdot 10^3 = 8,5 \cdot 10^3 \text{ N}$$

8,5 kN

3,1 kN

19 a



b

$$F_x = F_z \cdot \cos \alpha = 1,00 \cdot \cos 65^\circ = 0,422.. = 0,42 \text{ N} \quad 0,42 \text{ N}$$

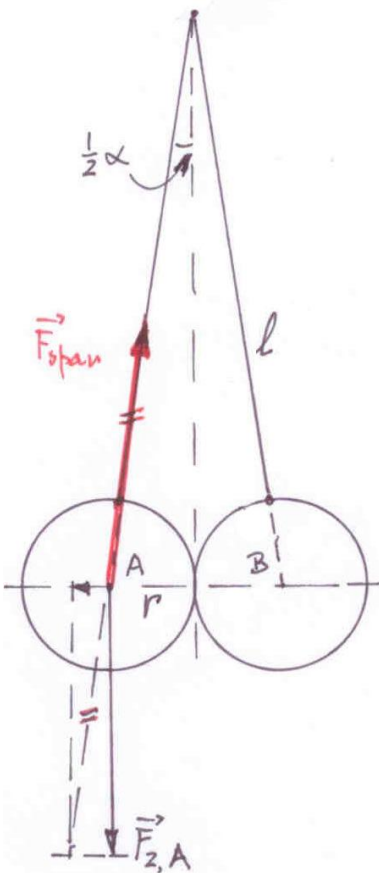
$$F_y = F_z \cdot \sin \alpha = 1,00 \cdot \sin 65^\circ = 0,906.. = 0,91 \text{ N} \quad 0,91 \text{ N}$$

c

$$F_z = m \cdot g \Rightarrow 1,00 = m \cdot 9,81 \Rightarrow m = \frac{1,00}{9,81} = 0,101.. \text{ kg}$$

$$F_{z,x} = m \cdot a_x \Rightarrow 0,422.. = 0,101.. \cdot a_x \Rightarrow a_x = \frac{0,422..}{0,101..} = 4,14.. = 4,1 \text{ m/s}^2 \quad 4,1 \text{ m/s}^2$$

20 a
b
c



Erratum: De draden zijn 22 cm lang.

De bollen en de draden zijn niet op schaal getekend omdat anders van de horizontale kracht in A niets overblijft.

$$r = 2,15 \text{ cm}$$

$$\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{r}{r+l} = \frac{2,15}{2,15+22} = 0,089 \Rightarrow 10^\circ$$

$$\frac{1}{2}\alpha = 5,1^\circ \Rightarrow \alpha = 10,2 = 10^\circ$$

Zie figuur.

$$F_z = 46 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 = 0,45 \text{ N} \quad 0,45 \text{ N}$$

$$F_{\text{span}} = F_z / \cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) \Rightarrow$$

$$F_{\text{span}} = 0,45 / \cos 5,1^\circ = 0,452 = 0,45 \text{ N} \quad 0,45 \text{ N}$$

$$F_{\text{hor}} = F_z \cdot \tan\left(\frac{1}{2}\alpha\right) \Rightarrow$$

$$F_{\text{hor}} = 0,45 \cdot \tan 5,1^\circ = 0,040 \text{ N} \quad 0,040 \text{ N}$$