

Kinetische energie bij grote snelheid

Uit de relativiteitstheorie volgt dat energie en massa equivalent zijn. Als je aan een voorwerp energie toevoert, vergroot je dus de massa. Omgekeerd vertegenwoordigt een massa een zekere hoeveelheid energie. Massa en energie zijn gekoppeld volgens Einsteins beroemde formule:

$$E = mc^2$$

De rustmassa m_0 van een stilstaand elektron is $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. De rustenergie is dus:

$$E_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0,51 \text{ MeV}$$

Men zegt ook wel dat de rustmassa 0,51 MeV is en zelfs dat de rustenergie $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg is.

Uit de relativiteitstheorie volgt ook dat voor de massa van een deeltje met snelheid v geldt:

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

De formule voor E_k wordt nu:

$$E_k = E_{\text{totaal}} - E_{\text{rust}} = m_v c^2 - m_0 c^2$$

a Bereken v van de β 's van ^3He en ^6He in het voorbeeld op p. 108.

De formule voor de impuls verandert niet:

$$p = m_v v$$

b Schrijf $\beta = v/c$ en bewijs met het binomium van Newton:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 \text{ als } \beta \ll 1$$

c Bewijs hiermee:

$$E_k = \frac{1}{2}m_0 v^2 \text{ als } v \ll c$$

d Bewijs dat zonder benadering geldt:

$$E_t^2 = m_v^2 c^4 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

e Bewijs dat voor $v \approx c$ geldt:

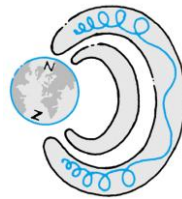
$$p \approx E_k/c$$

► Fotonen zijn 'lichtdeeltjes' die per definitie de lichtsnelheid hebben.

f Toon aan dat hun rustmassa nul moet zijn.

De Van Allen gordels

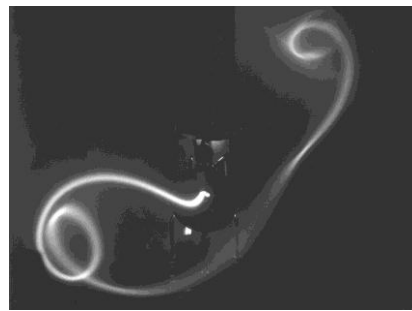
Tijdens uitbarstingen van de zon worden onder andere elektronen uitgestoten. Die worden ingevangen door het magnetisch veld van de aarde.



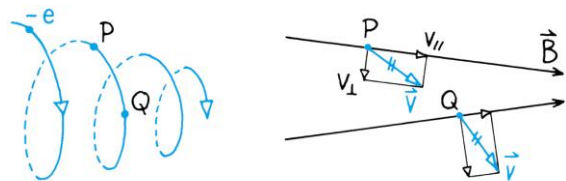
In de zogenaamde Van Allen gordels spiraliseren deze om magnetische veldlijnen en zwiepen in ongeveer een halve seconde (!) heen en weer tussen de polen.

a Schat de snelheid van de elektronen.

► Sommige elektronen 'lekkten' bij de polen naar de atmosfeer en veroorzaken daar het poollicht. De spiraalbaan ontstaat doordat het veld van de aarde niet homogeen is, net als het veld waarbij deze foto gemaakt is.



► We ontbinden \vec{v} in de punten P en Q.



- Leg uit dat:

- b**¹ \vec{v}_\perp voor een lorentzkracht zorgt en \vec{v}_\parallel niet;
- b**² de elektronen een schroefbaan volgen;
- c** \vec{v}_P en \vec{v}_Q even groot zijn;
- d** \vec{v}_\parallel bij Q kleiner is dan \vec{v}_\parallel bij P;
- e** een sterker wordend veld als 'magnetische spiegel' werkt.