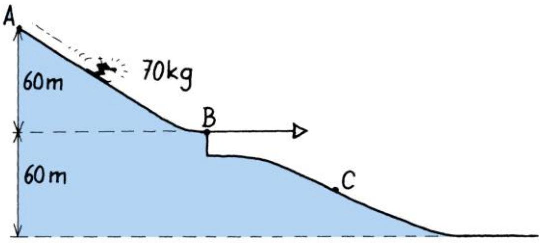
1 Een springschans

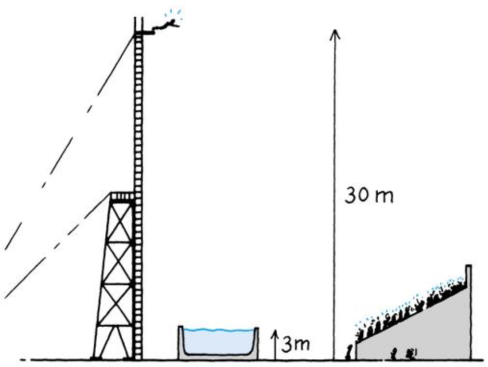
Een skiër van 70 kg start in A met 0 m/s. Verwaarloos elke wrijving.



a Bereken zijn snelheid bij de afsprong in B.
b Bereken of het de moeite waard is om zich bij A af te zetten met bijvoorbeeld 5 m/s.
►Vlak voor zijn neerkomst in C is zijn kinetische energie 69 kJ (zonder afzet).
c Bereken de hoogte van C boven de grond.

2 Een waaghals

Een waaghals van 65 kg laat zich van 30 m hoogte in een bak met 3,0 water vallen.



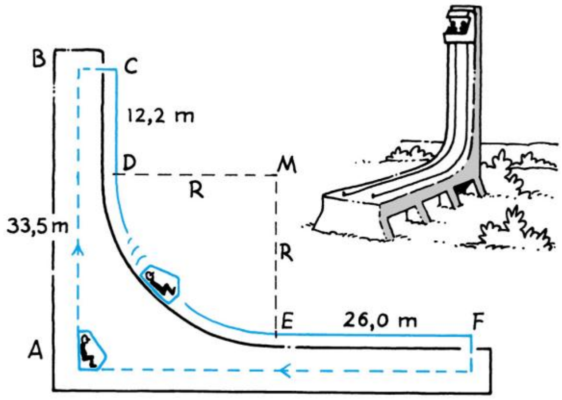
a Met welke snelheid treft zij het water?
►Voor de weerstandskracht F_w die zij van het water ondervindt, is te schrijven:

$$F_w = \tfrac{1}{2}\rho A v^2$$

Hierin is ρ de dichtheid van het water en A haar frontale oppervlak in m^2.
b Waarom zorgt de springster ervoor om zo plat mogelijk neer te komen?
c Beredeneer of zij ook rechtstandig zou kunnen springen.
d Toon aan dat F_w tenminste $10 \cdot F_z$ moet zijn als zij de bodem niet wil raken.

3 Een valtoren

In een valtoren wordt een cabine van 680 kg met vier passagiers van ieder 60 kg in 20 s van A naar B getild. Even later wordt de cabine in C losgelaten en begint de vrije val.
Van D naar E wordt een kwart cirkel met straal R beschreven. In E is de snelheid 23 m/s en in F komt de cabine tot stilstand.



a Bereken het vermogen van de motor.
b Bereken R als je de wrijving mag verwaarlozen.
c Bereken de remkracht op een passagier. (Ga ervan uit dat die constant is.)

De antwoorden staan op de volgende pagina's.

De antwoorden van de toets

1 Een springschans

a *1^e manier:*

$$E_{k,A} + W_z = E_{k,B}$$

$$0 + m \cdot g \cdot \Delta h = \tfrac{1}{2} m \cdot v_B{}^2$$

Je kunt de berekening vereenvoudigen door de massa *m* weg te delen.

$$\Rightarrow g \cdot \Delta h = \tfrac{1}{2} v_B{}^2$$

$$\tfrac{1}{2} v_B{}^2 = 9{,}81 \cdot 60 \Rightarrow v_B{}^2 = 1{,}17.. \cdot 10^3 \Rightarrow v_B = 34{,}3.. = 34 \text{ m/s}$$

2^e manier:

$$E_{z,A} + E_{k,A} = E_{z,B} + E_{k,B}$$

$$m \cdot g \cdot h_A + \tfrac{1}{2} m \cdot v_A{}^2 = m \cdot g \cdot h_B + \tfrac{1}{2} m \cdot v_B{}^2$$

Je kunt de berekening vereenvoudigen door de massa *m* weg te delen.

$$g \cdot h_A + \tfrac{1}{2} v_A{}^2 = g \cdot h_B + \tfrac{1}{2} v_B{}^2$$

$$\Rightarrow 9{,}81 \cdot 120 + 0 = 9{,}81 \cdot 60 + \tfrac{1}{2} v_B{}^2$$

$$\Rightarrow \tfrac{1}{2} v_B{}^2 = 9{,}81 \cdot (120 - 60) = 1{,}17.. \cdot 10^3 \Rightarrow v_B = 34{,}3.. = 34 \text{ m/s}$$

b *Volgens de 1^e manier:*

$$E_{k,A} + W_z = E_{k,B}$$

$$\tfrac{1}{2} m \cdot v_A{}^2 + m \cdot g \cdot \Delta h = \tfrac{1}{2} m \cdot v_B{}^2$$

Je kunt m weer wegdelen.

$$\Rightarrow \tfrac{1}{2} \cdot v_A{}^2 + g \cdot \Delta h = \tfrac{1}{2} \cdot v_B{}^2$$

$$\tfrac{1}{2} \cdot v_B{}^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 5^2 + 9{,}81 \cdot 60 \Rightarrow v_B{}^2 = 1{,}20... \cdot 10^3 \Rightarrow v_B = 34{,}6.. = 35 \text{ m/s}$$

Het verschil bij B is veel minder dan 5 m/s. Maar voor topsport is het kleine verschil misschien toch belangrijk.

c *Volgens de 1^e manier:*

$$E_{k,A} + W_z = E_{k,C}$$

$$0 + m \cdot g \cdot \Delta h_{AC} = E_{k,C}$$

$$70 \cdot 9{,}81 \cdot \Delta h_{AC} = 69 \cdot 10^3 \Rightarrow \Delta h_{AC} = 100{,}4.. \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_C = h_A - \Delta h_{AC} = 120 - 100{,}4.. = 19{,}5.. = 20 \text{ m}$$

Volgens de 2^e manier krijg je natuurlijk dezelfde uitkomst.

2 Een waaghals

a

$E_{k,1} + W_z = E_{k,2}$

$0 + m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} m \cdot v_2^{\ 2}$

Je kunt *m* wegdelen.

$\Rightarrow g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} v_2^{\ 2}$

$\frac{1}{2} v_2^{\ 2} = 9{,}81 \cdot 27 \Rightarrow v_2^{\ 2} = 529{,}.. \Rightarrow v_2 = 23{,}0.. = 23$ m/s

b

Haar frontale oppervlak *A*, en dus de remkracht die zij van het water ondervindt, is dan groot.

Helemaal plat lijkt niet verstandig, zoals een schatting toont. Neem A = 0,7 m^2.

$F_{w,max} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0{,}7 \cdot 23^2 = 2{,}6 \cdot 10^5$ N

Zal zij niet te pletter vallen?

c

In verticale richting is het 'frontale' oppervlak ongeveer 0,1 m^2. Dan lijkt $F_{w,max}$ nog gevaarlijk groot.
Maar als zij met gestrekte over elkaar geslagen voeten vooruit een 'speerpunt' maakt, zal de wrijving met het water niet onmiddellijk zo groot worden. Als zij het water splijt, zal haar 'frontale' oppervlak 'geleidelijk' groter worden, maar tegelijk zal haar snelheid al afnemen.
Zal zij de bodem van de bak niet raken?
Zij kan natuurlijk onder water een hurkhouding aannemen om extra af te remmen.
Waaghalzen die van zo hoge bruggen af springen, blijken de sprong te overleven.

d

De zwaartekracht verricht arbeid over een afstand van 30 m. De (gemiddelde) wrijvingskracht remt af over een afstand van 3 m. De kinetische energie aan het begin is nul en moet dat op de bodem van de bak weer zijn. Dus minimaal

$W_z + W_w = 0$

$F_z \cdot 30 - F_{gem,w} \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_{gem,w} = 10 \cdot F_z$

N.B. Onder water ondervindt zij ook nog een opwaartse kracht. Dus $F_{gem,w}$ mag nog wat kleiner zijn.

3 Een valtoren

a

$W_{motor} \rightarrow E_z = m \cdot g \cdot h$

$P_{motor} = \frac{W_{motor}}{t} = \frac{E_z}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{(680 + 4 \cdot 60) \cdot 9{,}81 \cdot 33{,}5}{20} = 1{,}51.. \cdot 10^4 = 1{,}5 \cdot 10^4$ W

b

Tussen C en E neemt de snelheid toe door de zwaartekracht: $W_z \rightarrow E_k$

$F_z \cdot h_{CE} = m \cdot g \cdot h_{CE} = \frac{1}{2} m \cdot v_E^{\ 2}$

Je kunt de berekening vereenvoudigen door de massa weg te delen.

$\Rightarrow g \cdot h = \frac{1}{2} v_E^{\ 2}$

$\Rightarrow 9{,}81 \cdot h_{CE} = \frac{1}{2} \cdot 23^2 \Rightarrow h_{CE} = 26{,}96..$ m

Dit is het hoogteverschil tussen C en E.

$h_{CE} = 12{,}2 + R = 26{,}96.. \Rightarrow R = 26{,}96.. - 12{,}2 = 14{,}76.. = 14{,}8$ m

c

$E_{k,E} + W_{rem} = E_{k,F}$

$\frac{1}{2} m \cdot v_E^{\ 2} - F_{rem} \cdot s = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 23^2 - F_{rem} \cdot 26{,}0 = 0 \Rightarrow F_{rem} = 610{,}.. = 6{,}1 \cdot 10^2$ N