		Opgaven 1 − Het is maar hoe je het bekijkt
1	***a***	Een inertiaalsysteem is een omgeving waarin de eerste wet van Newton geldt.
	b	C
2	***a***	$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\gamma^{-2}} \Rightarrow$ 0; 0,99; 1; 1
	b	β = 0,75 $\Rightarrow$ γ = 1,5 β = 0,90 $\Rightarrow$ γ = 2,3
	c	Je krijgt dan 0 in de noemer en dat mag niet.
	d	$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \gamma\cdot(1-\beta^2) = \sqrt{1-\beta^2} = 1/\gamma$
3	***a***	De lichtflits komt altijd het eerst aan. De knal en de kogel komen tegelijk aan als de trein stilstaat.
	b	De kogel heeft nu een snelheid van 680 m/s en is dus eerder bij de boef dan de knal.
4	***a***	$w = \dfrac{u+v}{1+\dfrac{u\cdot v}{c^2}}$ $w = \dfrac{c+v}{1+\dfrac{c\cdot v}{c^2}} = \dfrac{c+v}{\dfrac{c+v}{c}} = c$
	b	$w = \dfrac{c+c}{1+\dfrac{c\cdot c}{c^2}} = \dfrac{2c}{2} = c$
	c	$w = \dfrac{0{,}90\cdot c + 0{,}30\cdot c}{1+\dfrac{0{,}90\cdot c\times 0{,}30\cdot c}{c^2}} = \dfrac{1{,}20\cdot c}{1{,}27} = 0{,}94\cdot c$
	d	$u \ll$ c $\Rightarrow$ $u/c \approx 0$ en ook $v \ll c \Rightarrow v/c \approx 0$ $w = \dfrac{u+v}{1+\dfrac{u}{c}\cdot\dfrac{v}{c}} \approx \dfrac{u+v}{1} = u+v$ de gewone optelling van snelheden
5	**-**	Calvin’s Mom heeft hopelijk verteld dat “.. the theory of relativity only works if you’re going west” onzin is. “Time goes slower at great speed” is altijd waar.
6	***a***	β = 0,95 $\Rightarrow$ γ = 3,2 en $v = 2{,}85\cdot10^8$ m/s $t_{\text{onderzoeker}} = 24{,}0/2{,}85\cdot10^8 = 8{,}4\cdot10^{-8}$ s
	b	De echte levensduur is korter dan wat de onderzoeker meet $\Rightarrow$ $t_{\text{pion}} = 8{,}4\cdot10^{-8}/3{,}2 = 2{,}6\cdot10^{-8}$ s
7	**-**	Bij het loslaten was W in het midden. Op het moment van de knallen was W dus dichter bij B dan bij A. Als W de knallen toch tegelijk hoorde, was de knal van A dus eerder.
8	***a***	$m = \gamma\cdot m_0$ en $E_k = mc^2 - m_0c^2$ (zie p. 10). $\Rightarrow$ $E_k = (\gamma - 1)\cdot m_0c^2$
	b	$\gamma - 1 > 0{,}1 \Rightarrow \gamma > 1{,}1 \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} > 1{,}1 \Rightarrow \sqrt{1-\beta^2} < \dfrac{1}{1{,}1} \Rightarrow \beta > 0{,}42$
	c[1]	0,51 MeV
	c[2]	$E_k/m_0c^2 = 10/0{,}51 = 19{,}6$ $\Rightarrow$ de vuistregel is nodig.
	d	$10 = (\gamma - 1)\cdot 0{,}51 \Rightarrow \gamma = 20{,}6$

Opgaven 2 − Coördinatentransformaties en ruimte-tijd

9 - Volgens het eerste postulaat zijn de stelsels S en S′ gelijkwaardig. Het enige verschil is dat nu β vervangen moet worden door $-\beta$.

10 ***a*** $\gamma = 1{,}47..$
Volgens W is een van de ribben verkort: $L^* = 3{,}0/1{,}47.. = 2{,}0$ km $\Rightarrow$ $V = 18$ km^3

b $\dfrac{0{,}8+0{,}5}{1+0{,}8\cdot 0{,}5} = 0{,}93 \;\Rightarrow\; w = 0{,}93\cdot c$

c Dan had de Enterprise ook de lichtsnelheid moeten hebben.

11 ***a*** $\beta = 0{,}20 \;\Rightarrow\; \gamma = 1{,}02$

b Volgens W is $L^* = L/\gamma = 150$ m $\Rightarrow$ $L = 153$ m

c $t_{\text{volgens W}} = 150/(0{,}2\times 3.10^8) = 2{,}50\cdot 10^{-6}$ s

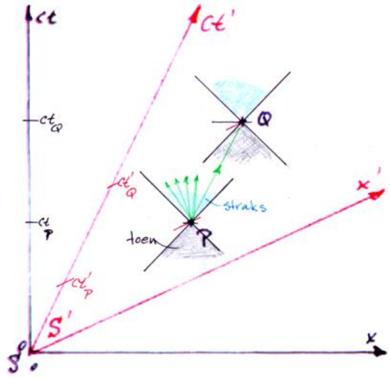
d $t_{\text{volgens W}'} = 153/(0{,}2\times 3.10^8) = 2{,}55\cdot 10^{-6}$ s

12 ***a*** Voor de snelheid van de torpedo t.o.v. W moet je de formule van Einstein toepassen:

$$w = \frac{2{,}4\cdot 10^8 + 1{,}8\cdot 10^8}{1+\frac{2{,}4\cdot 10^8\times 1{,}8\cdot 10^8}{9\cdot 10^{16}}} = \frac{4{,}2\cdot 10^8}{1{,}48} = 2{,}8\cdot 10^8 > 2{,}6\cdot 10^8$$

b De lichtsnelheid.

13 ***a***

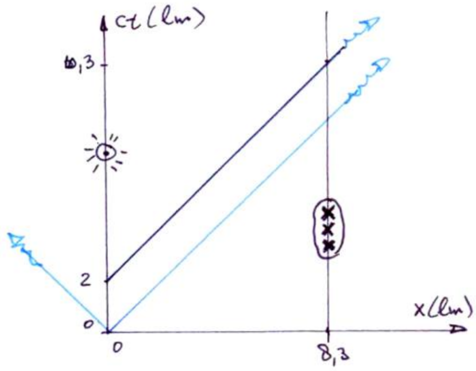


b $ct_Q > ct_P$ en $ct'_Q > ct'_P$ er is dus geen verschil van mening over de volgorde.

c Bij alle groene pijlen horen snelheden die kleiner zijn dan c en steeds geldt: $ct'_Q > ct'_P$.

d Nee. Later is niet hetzelfde als oorzaak en gevolg.

14 ***a/b***



15 ***a*** W′ 'voelt' het omkeren niet, maar hij wordt er door verpletterd als hij niet oppast. Bij versnellingen groter dan 5 à 6 keer *g* word je bewusteloos. Voor het omkeren moet W′ royaal de tijd nemen:

$a = \dfrac{2 \cdot 0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8}{\Delta t} < 50\ \text{m/s}^2 \quad \Delta t > 9{,}6 \cdot 10^6\ \text{s} = 0{,}3\ \text{jaar}$

Laat hij er dus maar minstens een half jaar voor nemen en liefst nog wat langer.

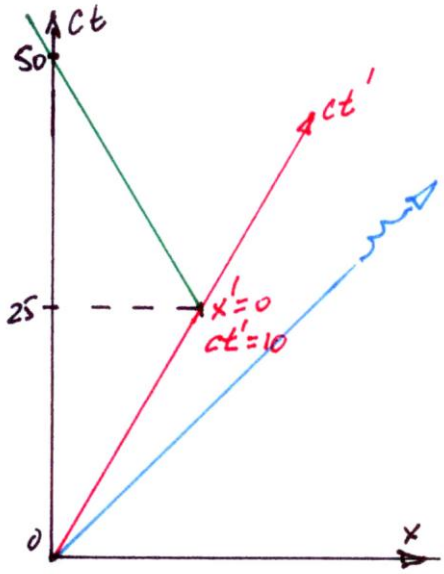
b $x = \gamma \cdot (x' + \beta \cdot ct')$ en $ct = \gamma \cdot (ct' + \beta \cdot x')$

$\beta = 0{,}8 \Rightarrow \gamma = {}^5/_3$

$x' = 0$ en $ct' = 5$

Invullen $\Rightarrow$ $x = {}^5/_3 \cdot (0 + 0{,}8 \cdot 5) = 6{,}66.. = 6{,}7$ lj en $ct = {}^5/_3 \cdot (5 + 0{,}8 \cdot 0) = 8{,}33.. = 8{,}3$ lj

c

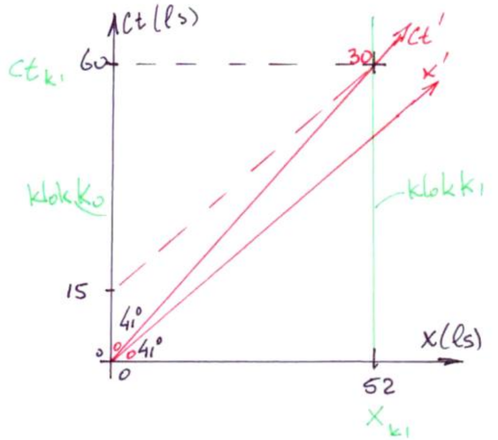


Halverwege de reis is de reiziger volgens haar eigen klok 10 jaar onderweg.
De eenheden in de figuur zijn lj (lichtjaar).

$ct' = 1/\gamma \cdot ct \Rightarrow 10 = 1/\gamma \cdot 25 \Rightarrow$
$\gamma = 2{,}5 \Rightarrow \beta = 0{,}92$

Opgaven 1 en 2

16	***a***	Als de sheriff tegelijk twee flitsen zag, dan wist hij zeker dat de schoten tegelijk waren afgevuurd.
	b	Nee, het schot van A moet W' inhalen om tegelijk met dat van B te klinken. A schoot dus eerst.
	c	B werd dus het eerst geraakt.
	d	Zet W' in gedachten stil, dan beweegt kogel A met 340 – 50 m/s naar rechts en kogel B met 340 + 50 m/s naar links. Voor het verschil in tijd geldt: 25/290 – 25/390 = 22 ms.
17	***a***[1]	Volgens alle waarnemers op het perron loopt het horloge trager.
	a[2]	Dat maakt geen verschil.
	b[1]	W1 kan dat horloge direct aflezen omdat hij zich naast dat horloge bevindt. $\gamma = 2 \;\Rightarrow\; \beta = \pm\, ½\cdot\sqrt{3} = \pm\, 0{,}87$ We kiezen voor de positieve waarde. $\Rightarrow\; v = 0{,}87\cdot c$
	b[2]	$x = ½\sqrt{3}\cdot 60 = 52$ ls
	c, d	De *ct*-as is de wereldlijn van klok K0. De verticale groene lijn is de wereldlijn van klok K1. De rode *ct'*-as is de *x*(*ct*)-grafiek van de machinist in het (*x*;*ct*)-stelsel van de klokken.



Waarnemer W1 en de machinist zijn het eens over het horloge van de machinist, want zij bevinden zich op *t* = 60 s op dezelfde plaats.

Voor het horloge van de machinist geldt: $ct' = 60/\gamma = 30$ ls. Het wijst dus 30 s aan.
Je kunt dat ook vinden door $ct = 60$ en $x = 30\sqrt{3}$ in te vullen in de lorentz-transformatie.

Klok K1 wijst volgens de machinist 60 s aan, want hij bevindt zich bij die klok. Hij is het dus eens met waarnemer W1.

Waarnemer W1 is het met waarnemer W0 eens: alle klokken langs het perron staan op 60 s, want de klokken staan stil en de waarnemers staan stil.

Voor de mening van de machinist over klok K0 heb je de rode, gestreepte lijn nodig; de 'gelijktijdigheidslijn' van het horloge. Die komt uit bij $30/\gamma = 15$ ls. Volgens de machinist staat klok K0 dus op 15 s. Deze waarde kan de machinist niet aflezen, want hij bevindt zich niet bij die klok. Wel kan hij die waarde berekenen.

Een reiziger die achterin de trein zit en dus later bij K0 komt, kan die klok wel aflezen.

	e[1]	Volgens W0 is de liniaal in de trein 0,50 m lang − als die tenminste de *x*-richting heeft.
	e[2]	Volgens R is een liniaal langs de kant ook 0,50 m lang − als die tenminste de *x*-richting heeft.

18 ***a*** $x = \beta \cdot ct$ dus: $30 = \beta \cdot 60 \Rightarrow \beta = 0{,}5 \Rightarrow \gamma = 1{,}15$

b

	S	→ L-Trafo	S′
A	(30;60)		(0; 52)
B	(30;15)	of $x' = 30/\gamma$	(26;0)
C	–	$x' = 30 \cdot \gamma$	(35;0)

c[1] Volgens de treinreizigers is OB de lengte van het perron.

c[2] 26 m

d Volgens de waarnemers op het perron doen de treinreizigers hun metingen bij $ct = 0$ (de linkerkant) en $ct = 15$ m (de rechterkant). Dus bij $t_L = 0$ s en $t_R = 5 \cdot 10^{-8}$ s

e Het perron is volgens de waarnemers op het perron 30 m lang.
Volgens de reizigers hoort bij de trein de lengte OC = 35 m. Zij meten die lengte bij $ct' = 0$.

19 ***a*** lengte = $0{,}8 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6} = 120$ m

b $\beta = 0{,}8 \Rightarrow \gamma = 10/6$
W neemt een trein waar die verkort is met een factor 0,6.
De ‘ware lengte’ is dus 120/0,6 = 200 m

c W′ rekent met 200 m en $0{,}8c \Rightarrow 0{,}83.. = 0{,}8\ \mu$s

20 **-** Volgens voorbeeld 4 van p. 9 mag je de snelheden optellen via de formule van Einstein:

$$\frac{0{,}960 + 0{,}960}{1 + 0{,}960^2} = 0{,}999 \Rightarrow w = 0{,}999 \cdot c$$

21 ***a***[1]

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$E_k = 10{,}0$ MeV $= 10 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13} = 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ J $= (\gamma - 1) \cdot m_0 \cdot c^2 \Rightarrow$
$(\gamma - 1) \cdot m_0 = 1{,}78 \cdot 10^{-29}$ kg
elektron: $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg $\Rightarrow (\gamma - 1) = 19{,}5 \Rightarrow \gamma = 20{,}5 \Rightarrow \beta = 0{,}999$

a[2] proton: $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg $\Rightarrow (\gamma - 1) = 1{,}07 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \gamma = 1{,}01 \Rightarrow \beta = 0{,}14$

22 ***a*** tabel 25A: $E_k = 13{,}4$ MeV $= 13{,}4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13} = 2{,}14 \cdot 10^{-12}$ J

b $E_k = ½ m_0 v^2 \Rightarrow v = 2{,}17 \cdot 10^9$ m/s $= 7{,}2c$
Dit kan niet waant $v_{max} < c$
Je moet rekening houden met de massatoename.

c[1,2] $E_k = (\gamma - 1) \cdot m_0 \cdot c^2 = 2{,}14 \cdot 10^{-12} \Rightarrow (\gamma - 1) = 26{,}2 \Rightarrow \gamma = 27{,}2 \Rightarrow \beta = 0{,}999 \Rightarrow$
$v = 2{,}99.. \cdot 10^8$ m/s $= 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s

23 **-**

$$w = \frac{x}{t} = \frac{\gamma x' + \gamma\beta ct'}{\gamma t' + \gamma \frac{\beta}{c} x'} = \frac{x' + vt'}{t' + \frac{v}{c^2} ut'} = \frac{ut' + vt'}{t' + \frac{v}{c^2} ut'} = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$

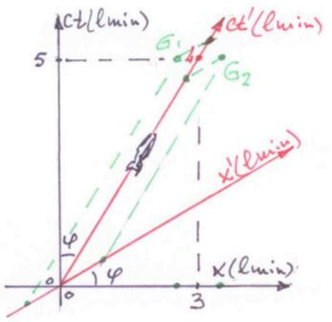
24 ***a*** $\sin\alpha = 3 \cdot 10^4 / 3 \cdot 10^8 = 1 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \alpha \approx 5{,}72.. \cdot 10^{-3}\,°$ dus $v_\perp = 2{,}99.. \cdot 10^8$ m/s

b $t_I = 11/(c - v) + 11/(c + v) = 7{,}333\,333\,41 \cdot 10^8$ m/s
$t_{II} = 22/v_\perp = 7{,}333\,333\,37 \cdot 10^8$ m/s

c $\Delta t_1 = t_I - t_{II} = 4 \cdot 10^{-16}$ s $\Delta t_2 = -4 \cdot 10^{-16}$ s $\Rightarrow \Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2 = 8 \cdot 10^{-16}$ s

d[1] $\lambda = c \cdot T$ invullen geeft $T = 1{,}8 \cdot 10^{-15}$ s

d[2] $\Delta\varphi = \Delta t / T = 0{,}44$

25	***a***	Ja; $E_k = (\gamma - 1)\cdot m_0c^2$ en γ kan oneindig groot worden.
	b	Ja; $E = \gamma\cdot m_0c^2$
	c	Ja; $p = \gamma\cdot m_0\cdot v$
	d	Nee; de limiet is *c*.
26	**-**	De uitspraak geldt voor vacuüm.
27	***a***	$\beta = 0{,}999 \Rightarrow \gamma = 22{,}4$
	b	Waarnemers op aarde zijn van mening dat de reis langer duurt $\Rightarrow$ $t = 22{,}4\times4{,}5 = 100{,}7 = 101$ jaar
	c	$x = 100{,}7\cdot0{,}999 = 100{,}6 = 101$ lichtjaar
	d	Het licht heeft 100,6 jaar nodig om die afstand af te leggen $\Rightarrow$ waarneming na 100,7 + 100,6 = 201 jaar
28	**-**	$T_{hart} = 60/68 = 0{,}88$ s. $\beta = 0{,}88 \Rightarrow \gamma = 2{,}1$ Voor een waarnemer op aarde gaat alles aan boord trager $\Rightarrow$ $T = 2{,}1\times0{,}88 = 1{,}86$ s $\Rightarrow$ $f = 60/1{,}86 = 32$ per minuut.
29	a^1	$\beta = 0{,}6$ en $\tan\varphi = \beta \Rightarrow \varphi = 31°$
	a^2 c^1 c^2	
	b	$0{,}5$ lmin $= 30\cdot3\cdot10^8 = 90\cdot10^8$ m $= 9\cdot10^6$ km
	c^3	$x' = \gamma\cdot(x - \beta\cdot t)$ en $ct' = \gamma\cdot(ct - \beta\cdot x)$ $\beta = 0{,}6 \Rightarrow \gamma = 1{,}25$ G1: $x = 2{,}5$ lmin en $ct = 5$ lmin $\Rightarrow x' = -0{,}63$ en $ct' = 4{,}4$ G2: $x = 3{,}5$ lmin en $ct = 5$ lmin $\Rightarrow x' = 0{,}63$ en $ct' = 3{,}6$
30	***a***	$v_\mu = 2{,}125/7{,}06\cdot10^{-9} = 3{,}01\cdot10^8$ m/s $> c$ dat kan niet.
	b	$v_\mu = 2{,}125/7{,}131\cdot10^{-9} = 2{,}980\cdot10^8$ m/s $\Rightarrow$ $\beta = 2{,}980/2{,}9979 = 0{,}9940$ en $\gamma = 9{,}15$
	c	De richting van de muonen kan verschillen. Ze zijn niet allemaal op dezelfde hoogte geproduceerd.
	d	In 'muonenogen' is de dampkring minder dik: $h = 15\cdot10^3/\gamma = 1{,}64\cdot10^3$ m
	e	$t = 1{,}64\cdot10^3/2{,}980\cdot10^8 = 5{,}5\cdot10^{-6}$ s $= 5{,}5$ μs $\Rightarrow$ $t/t_{½} = 5{,}5/2{,}2 = 2{,}5$
	f	$P = 100\cdot e^{-2{,}5} = 8\%$

31 ***a*** $\beta = 0{,}998 \Rightarrow \gamma = 15{,}8$

b $t_{½} = 1{,}52 \cdot 15{,}8 = 24{,}0\ \mu s$

c $h = 1{,}0 \cdot 10^4$ m $v = 0{,}998c = 2{,}99 \cdot 10^8$ m/s $\Rightarrow t = 1{,}0 \cdot 10^4 / 2{,}99 \cdot 10^8 = 33 \cdot 10^{-6}$ s = 33 μs

d $t/t_{½} = 33/24 = 1{,}38$

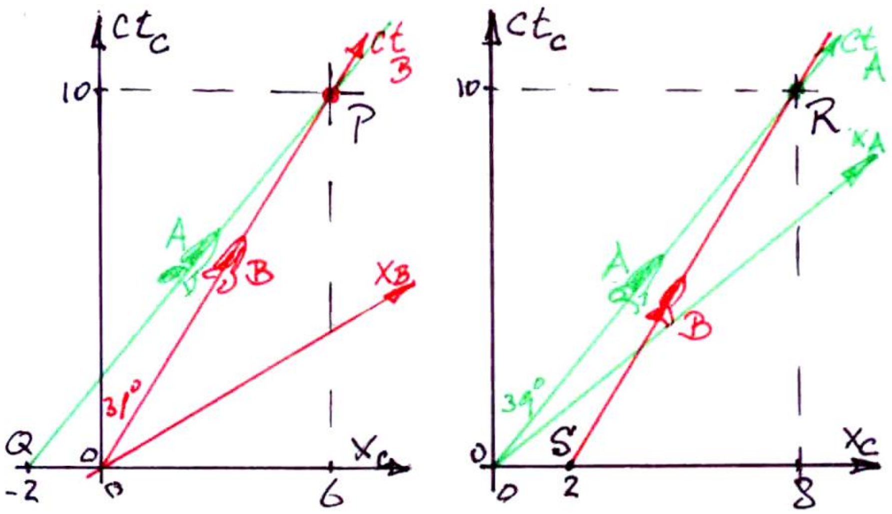
$N = 100 \cdot (½)^{1{,}38} = 39\%$

32 ***a***[1] De stip voor de opgave hebben we extra groot gemaakt, dus geen paniek als je deze opgave moeilijk vindt.

De vraag is: hoelang duurt het <u>volgens Chewbacca</u> totdat B door A is ingehaald?
Alle gegevens horen bij het stelsel van C op zijn planeet Dagobah (Starwars). Daarom hoef je geen moeilijke relativistische kunstjes uit te halen om het antwoord te vinden.

a[2]
a[3] Je kunt deze twee grafieken in het stelsel van C tekenen. Alle maten zijn in lmin.
Links bevindt B zich op $t = 0$ in de oorsprong en heeft A een achterstand van 2 lmin.
Dit is zoals het in de opdracht staat.

Maar je zou ook A op $t = 0$ in de oorsprong laten beginnen en B een voorsprong geven van 2 lmin. Daar hoort de rechter grafiek bij.



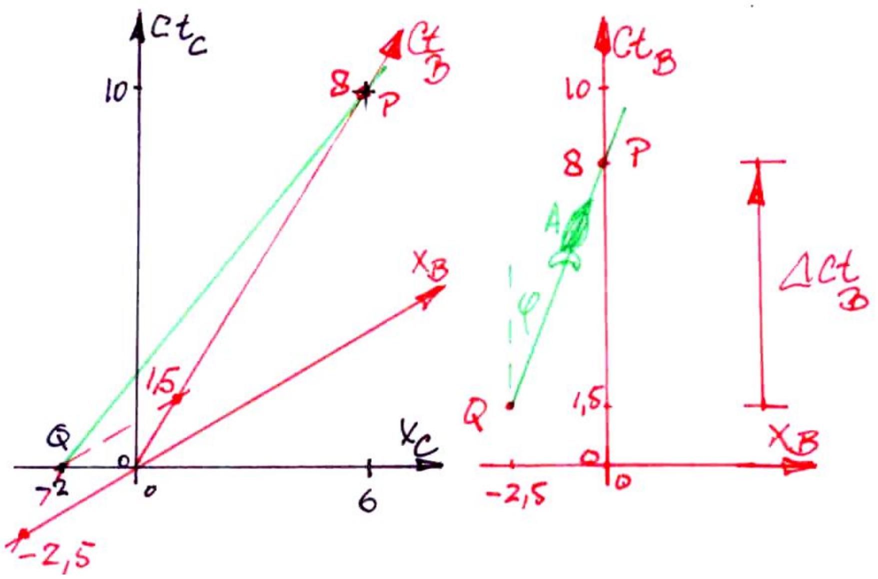
Links geldt: $x_A + 2 = 0{,}8ct$ en $x_B = 0{,}6 \cdot ct \Rightarrow ct_P = 10$ lmin dus $t_P = 10$ min.
Rechts geldt: $x_A = 0{,}8ct$ en $x_B - 2 = 0{,}6ct \Rightarrow ct_R = 10$ lmin dus $t_R = 10$ min.

In beide gevallen heeft het dus volgens C 10 min geduurd totdat B door A is ingehaald.

b Zie voorbeeld 4 van p. 9. Zet B stil $\Rightarrow v_{aarde} = -0{,}6c$ en $v_{bal} = 0{,}8c$.

$$w = \frac{-0{,}6c + 0{,}8c}{1 + (-0{,}6c \cdot 0{,}8c)/c^2} = \frac{0{,}20}{0{,}52}c = \frac{5}{13}c = 0{,}38c$$

c De vraag is: hoelang duurt het volgens B totdat B door A is ingehaald?
d[1] A gaat van Q naar P, maar dan moet je die punten bekijken in het rode stelsel van B.
d[2] Rechts is het rode stelsel van B rechthoekig gemaakt.
e[1]
e[2]
f



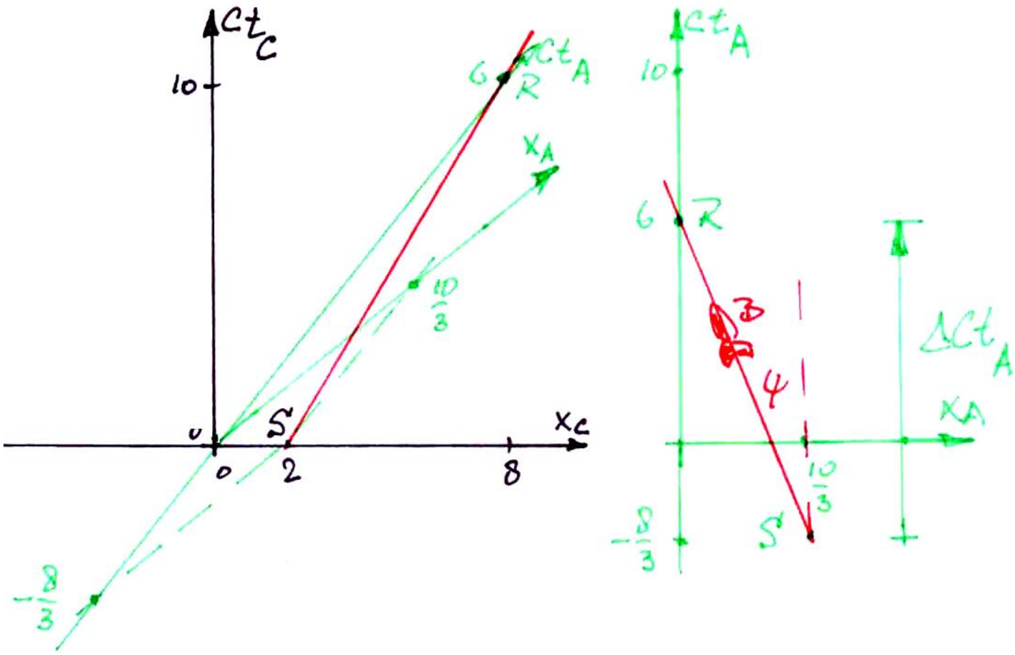
Voor rode stelsel van B geldt:
$\beta = 0{,}6$ en $\gamma = 1{,}25$
In het zwarte stelsel van C geldt:
$x_P = 6$ en $ct_P = 10$
$x_Q = -2$ en $ct_Q = 0$
Invullen in de lorentztransformatie levert voor het rode stelsel van B:
$x'_P = 1{,}25 \cdot (6 - 0{,}6 \cdot 10) = 0$ en $ct'_P = 1{,}25 \cdot (10 - 0{,}6 \cdot 6) = 8$
$x'_Q = 1{,}25 \cdot (-2 - 0{,}6 \cdot 0) = -2{,}5$ en $ct'_Q = 1{,}25 \cdot (0 - 0{,}6 \cdot -2) = 1{,}5$
$\Delta x' = 0 - (-2{,}5) = 2{,}5$ lmin en $\Delta ct' = 8 - 1{,}5 = 6{,}5$ lmin $\Rightarrow$ $\Delta t_{\text{inhalen}} = 6{,}5$ min
Volgens B heeft het inhalen dus 6,5 min geduurd.

Dankzij het feit dat gelijktijdigheid niet meer bestaat in stelsels die ten opzichte van elkaar bewegen, gaan alle coördinaten van begin- en eindpunt op de schop.

Verwerk de berekende waarden in het rechthoekige, rode stelsel van B:
Voor de hoek φ geldt: $\tan\varphi = \dfrac{2{,}5}{6{,}5} = \dfrac{5}{13} \Rightarrow v_{\text{A tov B}} = \dfrac{5}{13}c$
Dat is dus precies de waarde die bij ***b*** is berekend.

Als toegift bekijken we hoelang het inhalen volgens A duurt.

A staat nu stil en B gaat − met negatieve snelheid !! − vanuit S naar R. Die punten moet je dus bekijken in het groene stelsel van A. Rechts is dat stelsel rechthoekig gemaakt.



Voor het groene stelsel geldt: $\beta = 0{,}8$ en $\gamma = 5/3$

In het zwarte stelsel van C geldt:

$x_R = 8$ en $ct_R = 10$
$x_S = 2$ en $ct_S = 0$

Invullen in de lorentztransformatie levert voor het groene stelsel van A:

$x_R = 5/3 \cdot (8 - 0{,}8 \cdot 10) = 0$ en $ct_R = 5/3 \cdot (10 - 0{,}8 \cdot 8) = 6$

$x_S = 5/3 \cdot (2 - 0{,}8 \cdot 0) = 10/3$ en $ct_S = 5/3 \cdot (0 - 0{,}8 \cdot 2) = -8/3$

Verwerk deze waarden in een rechthoekig, groen stelsel van A:

Voor de hoek ψ geldt: $\tan\psi = \dfrac{-10/3}{6+8/3} = -\dfrac{5}{13}$

Dat is dus weer precies de helling die bij vraag ***a*** was uitgerekend voor de relatieve snelheid, maar nu wel met een minteken

Volgens A heeft het inhalen dus 8,7 min geduurd.

Toets

1 **Heb je geleerd?**

a
1) Alle inertiaalsystemen zijn voor de natuurwetten gelijkwaardig.
2) De lichtsnelheid in vacuüm is altijd hetzelfde en hangt niet af van de snelheid van de bron of de waarnemer.

b $w_G = v + u$

$$w_E = \frac{v+u}{1+\frac{vu}{c^2}}$$

c $f = 3 \cdot 10^{14}$ Hz $\Rightarrow$ $T = 3{,}3 \cdot 10^{-15}$ s

d De elektronen moeten dan deze snelheid hebben:
$v = 1 \cdot 10^{-2}/3{,}3 \cdot 10^{-15} = 3 \cdot 10^{12}$ m/s > c Dat kan niet. Koop dus maar geen aandelen.

2 **Een ruimtereis**

a $\beta = 0{,}6 \Rightarrow \gamma = 1{,}25$
$\tan\varphi = 0{,}6 \Rightarrow \varphi = 31°$

b[1] Voor het vraagteken geldt: $ct = 1{,}25 \cdot 20 = 25$ lj
Volgens de achterblijver is hij dus 25 jaar onderweg.

b[2] $x = 0{,}6 \cdot 25 = 15$ lj

b[3] $x' = 0{,}6 \cdot 20 = 12$ lj

c Het signaal heeft 15 jaar nodig om de aarde te bereiken. $\Rightarrow t = 25 + 15 = 40$ j

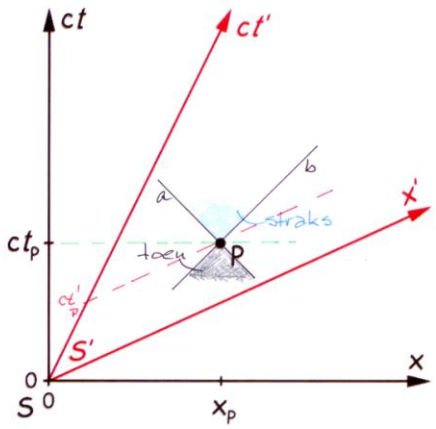
d[1] Volgens de achterblijvers heeft de astronaut 25 jaar nodig om terug te keren. $\Rightarrow$
$t = 50$ j

d[2] De achtergebleven tweelingbroer is dan 90 jaar oud.

d[3] De astronaut is 40 jaar ouder geworden. Hij is dus 80 jaar oud.

3 **Oorzaak en gevolg**

a



b Laserstralen lopen langs de lijnen a of b.

c[1] Alle punten op de groene lijn zijn gelijktijdig volgens W.

c[2] P kan niet de dader zijn, want Q zou in de blauwe kegel moeten zitten.

c[3] Alle punten op de rode lijn zijn gelijktijdig volgens W′.
Ook nu kan P de dader niet zijn.