OuNa 10 Kettingen – 2

Ruud Brouwer, Don Bosco College te Volendam, info@stevin.info

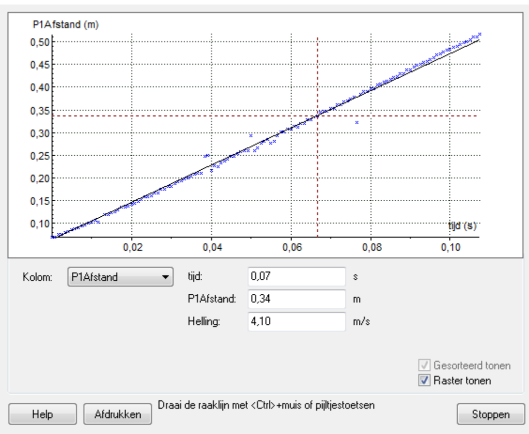
Toen ik deze demonstratie voor het eerst zag, dacht ik dat er gemanipuleerd werd. Niets is minder waar! Het werkt echt en het ziet er intrigerend uit. Leg een lange ketting – zo een waarmee je normaal gesproken de kerstboom versiert – in een bekerglas. Trek de ketting langzaam omlaag en de ketting zal, nadat je hem hebt losgelaten, als een hevel uit het bekerglas glijden.

Met kettingen is zoveel oude natuurkunde te bedrijven dat ik er een tweede OuNa aan wijd.

De hevel

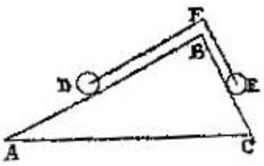
Als de hevel op gang gekomen is, ontstaat een verbluffend en onverwacht effect. De ketting komt omhoog en de boog blijft staan(!) terwijl de hevel met constante snelheid doorloopt. Bekijk de films (ook high speed) van deze proef die op de site www.stevin.info zijn te vinden. Of nog beter: zoek de kerstspullen en doe de proef zelf!

Een videometing aan de high speed film toont aan dat de ketting met constante snelheid beweegt. De snelheid is 4,10 m/s als ik de ketting 2,0 m boven de grond houd. In *The proceedings of the Royal Society* heb ik een artikel gevonden dat ik vertrouw. Zie de bronnen aan het eind.

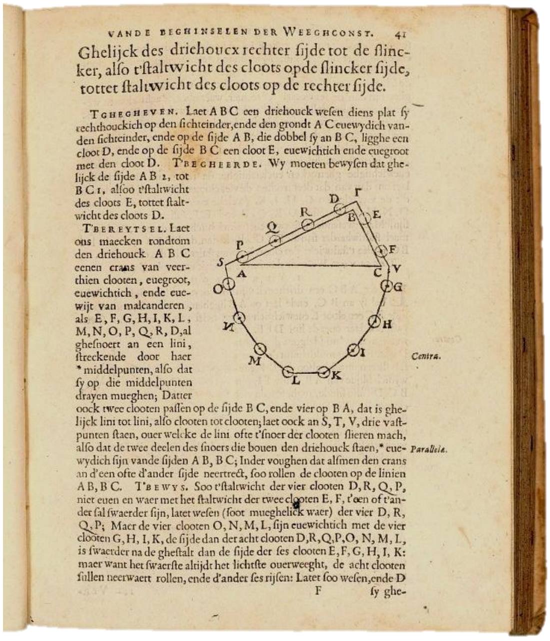


Wonder en is gheen wonder

Stevin gebruikte een ketting – een clootkrans – om zonder wiskunde deze stelling te bewijzen:
als AB = 2·BC dan is bol D dubbel zo zwaar als bol E.



Zijn bewijs uit het ongerijmde verloopt als volgt: hang om de driehoek ABC een kralenketting waarvan de kralen even zwaar zijn en zich op gelijke afstand van elkaar bevinden. Het aantal kralen is dus op elk van de zijden AB en BC evenredig met de lengte van die zijden; vier op zijde AB en twee op zijde BC. De massa op de zijde AB is blijkbaar twee keer zo groot als de massa op BC.
Stel dat de kralen op beide schuine zijden elkaar niet in evenwicht zouden houden. Dan moet de ketting in beweging komen en dan zal even later iedere kraal precies één plek zijn opgeschoven. Dit is identiek aan de beginstand en opnieuw zullen de kralen een plek opschuiven. De ketting zal voortdurend in beweging blijven. Dit kan natuurlijk niet ("*de cloten sullen uyt haer selven een eeuwich roersel maken, t'welck valsch is*"). De aanname dat de kralenketting niet in evenwicht zou zijn is fout, dus de kralenketting blijft in rust.



VANDE BEGHINSELEN DER WEEGHCONST. 41

Ghelijck des driehoucx rechter ſijde tot de ſlincker, alſo t'ſtaltwicht des cloots opde ſlincker ſijde, tottet ſtaltwicht des cloots op de rechter ſijde.

TGHEGHEVEN. Laet A B C een driehouck weſen diens plat ſy rechthouckich op den ſichteinder, ende den grondt A C euewydich vanden ſichteinder, ende op de ſijde A B, die dobbel ſy an B C, ligghe een cloot D, ende op de ſijde B C een cloot E, euewichtich ende euegroot met den cloot D. T'BEGHEERDE. Wy moeten bewyſen dat ghelijck de ſijde A B 2, tot B C 1, alſoo t'ſtaltwicht des cloots E, tottet ſtaltwicht des cloots D.

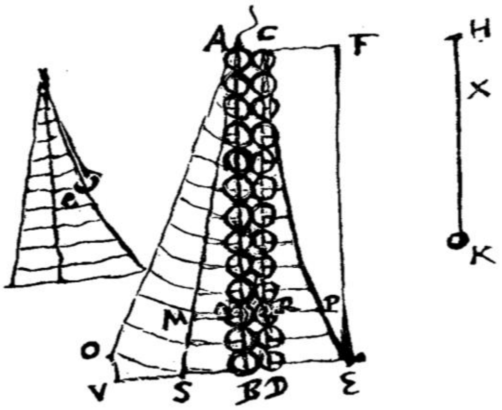
T'BEREYTSEL. Laet ons maecken rondtom den driehouck A B C eenen crans van veerthien clooten, euegroot, euewichtich, ende euewijt van malcanderen, als E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, D, al ghesnoert an een lini, streckende door haer * middelpunten, alſo dat ſy op die middelpunten drayen mueghen; Datter oock twee clooten paſſen op de ſijde B C, ende vier op B A, dat is ghelijck lini tot lini, alſo clooten tot clooten; laet oock an S, T, V, drie vaſtpunten ſtaen, ouer welcke de lini ofte t'ſnoer der clooten ſlieren mach, alſo dat de twee deelen des ſnoers die bouen den driehouck ſtaen,* euewydich ſijn vande ſijden A B, B C; Inder voughen dat alſmen den crans an d'een ofte d'ander ſijde neertreckt, ſoo rollen de clooten op de linien A B, B C. T'BEWYS. Soo t'ſtaltwicht der vier clooten D, R, Q, P, niet euen en waer met het ſtaltwicht der twee clooten E, F, t'een of t'ander ſal ſwaerder ſijn, latet weſen (ſoot mueghelick waer) der vier D, R, Q, P; Maer de vier clooten O, N, M, L, ſijn euewichtich met de vier clooten G, H, I, K, de ſijde dan der acht clooten D, R, Q, P, O, N, M, L, is ſwaerder na de gheſtalt dan de ſijde der ſes clooten E, F, G, H, I, K: maer want het ſwaerſte altijdt het lichtſte ouerweeght, de acht clooten ſullen neerwaert rollen, ende d'ander ſes rijſen: Latet ſoo weſen, ende D ſy ghe-

Centra.
Paralela.

F

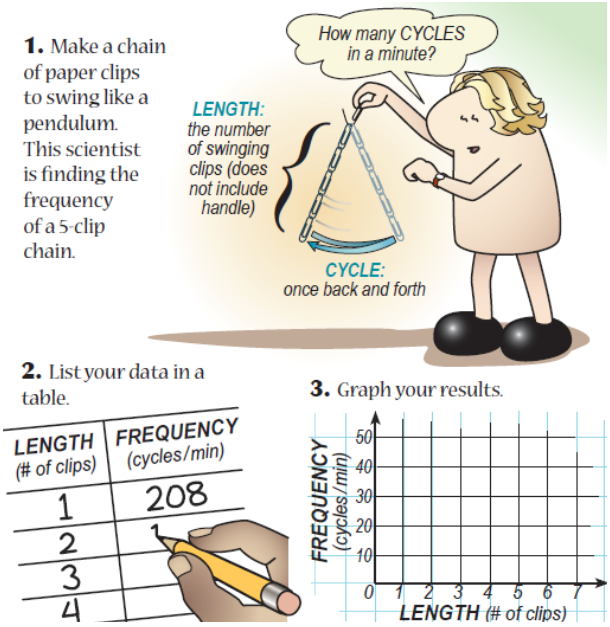
Een slingerende ketting

Huygens vroeg zich af wat de periode is van een slingerende ketting. Het lukte hem niet om een formule af te leiden. Wel kwam hij op een empirische formule waarvan de constante 5,23 voor de wortel tussen de mathematische en fysische slinger inzit.
Voor zover ik weet, is er niemand die weet wat er bij het vraagteken in de formule moet komen te staan.



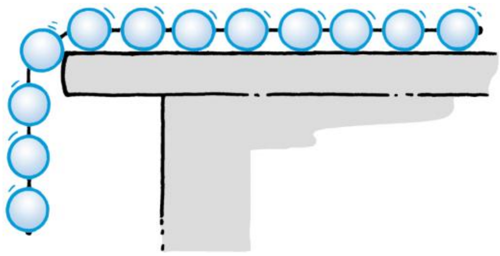
slinger	$T = 6{,}28\sqrt{\frac{\ell}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
staaf	$T = 5{,}13\sqrt{\frac{\ell}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{2}{3}\cdot\ell}{g}}$
ketting	$T = 5{,}23\sqrt{\frac{\ell}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{?\cdot\ell}{g}}$

In een klassikaal practicum is het getal dat Huygens vond (5,23) goed te controleren.
Je kunt dat bijvoorbeeld doen met paperclips zoals hiernaast wordt voorgedaan, maar met een halsketting lukt het ook.



Wrijvingscoëfficiënt

Het huiswerk bespreken is niet saai als de opgave over een demonstratie gaat: deze ketting staat op het punt te gaan bewegen.



- Bepaal μ.

Bron

J. S. Biggins and M.Warner: *Understanding the chain fountain*. Dit artikel is te vinden op www.stevin.info bij Oude Natuurkunde in de kolom achtergrond.
Van hen staat op You Tube dit prachtige filmpje:
https://www.youtube.com/watch?v=-eEi7fO0_O0