

OuNa 14 Modulus

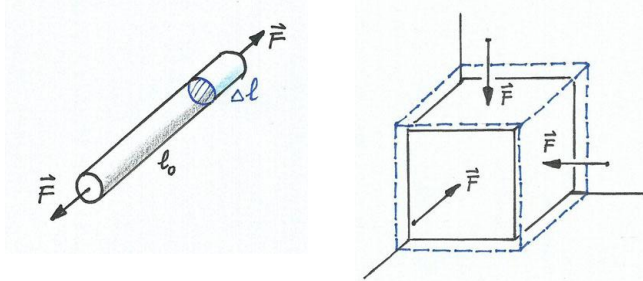
Ruud Brouwer, Don Bosco College te Volendam

Thomas Young (arts, egyptoloog, natuurkundige, cryptoloog...) wordt beschouwd als de laatste persoon die alles wist. De elasticiteitsmodulus E is naar hem genoemd. In deze OuNa spelen die modulus E en de bulkmodulus B de hoofdrol. De eerste is verplichte kost in het CSE van het havo. De tweede kan voorkomen in het keuzedomein functionele materialen.



Wat is het verschil tussen E en B ?

Het verschil tussen de elasticiteitsmodulus van Young E en de bulkmodulus B is dat de mechanische spanning σ het materiaal respectievelijk in één richting of van alle kanten vervormt:



$$E = \frac{\sigma}{\Delta l / l_0} \text{ met } \sigma = \frac{F}{A} \quad B = \frac{\sigma}{\Delta V / V_0}$$

Het chocolade effect

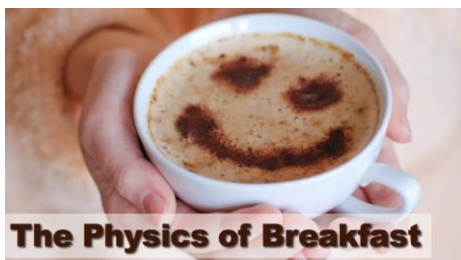
Doe chocolademelkpoeder in een mok. Vul de mok met heet water. Luister naar de toonhoogte f als je met een theelepel op de bodem van de beker tikt. Hoor je een verschil in toonhoogte als je dat na een tijdje opnieuw doet?

Los chocolademelkpoeder op in heet water (met roeren gaat dat sneller). Er ontstaan kleine luchtbelletjes en schuim. Hoe meer luchtbellen in het water, hoe lager de toon. Dit is te verklaren met de Bulkmodulus B , want B is van invloed op de geluidssnelheid v . Eén volumepercent aan luchtbellen toevoegen aan water verlaagt B met 55%.

$$\text{Er geldt: } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \text{ en } f = \frac{v}{\lambda}$$

De verandering van de dichtheid ρ is te verwaarlozen, dus B kleiner \rightarrow v kleiner \rightarrow f lager. Als de luchtbellen zijn verdwenen, zal de toon hoger zijn.

Dit *hot chocolate effect* is in 1982 beschreven¹, maar het treedt ook op wanneer je bijvoorbeeld creamer in koffie oplost.

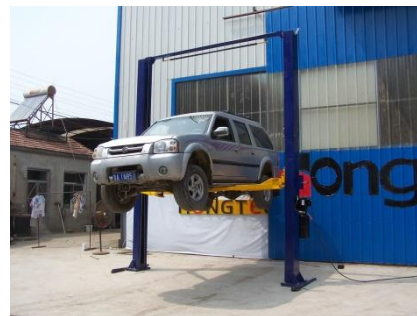


The Physics of Breakfast

Dit simpele proefje lijkt niet meer dan een aardig intermezzo in de lessen over geluid, maar is in de analytische scheikunde recent gepromoveerd. Met geluid het oplossen van stoffen analyseren is een nieuwe vorm van spectroscopie: BARDS (broadband acoustic resonance dissolution spectroscopy).

Arbeidsverlies

Voordat de auto in de hydraulische lift in omhoog gaat, wordt de olie in de cilinder samengedrukt. Er wordt door de pomp arbeid geleverd zonder nuttig effect. De arbeid W die 'verloren gaat' reken je uit met: $W = p \Delta V = p^2 V / B$. Een smalle cilinder gevuld met een olie met een grote B geeft een klein verlies.



Rekenen

Bij het samenstellen van het nieuwe natuurkunde examenprogramma wilde men van de rekencultuur af. Echter, de formules van de sterkteleer nodigen juist uit tot het invullen van vergelijkingen en rekenen. Het zit als het ware in het onderwerp ingebakken: eerst rekenen en daarna pas een brug bouwen.

Als in het keuzeonderwerp *functionele materialen* de bulkmodulus voorkomt, kun je dit soort rekenopgaven verwachten:

Een oervis van 120 kg en 2,0 kg/dm³ leeft op 1,0 km diepte in de zee. Op deze diepte is de druk 98 bar hoger dan aan het oppervlak.

's Nachts komt de vis omhoog, wordt gevangen en op het droge gelegd; $B_{\text{oervis}} = 13 \text{ GPa}$ en mag constant worden verondersteld.

- Bereken hoeveel % het volume en de dichtheid van de vis veranderen.

Zingende staaf

Wij hebben op school geen trekbank en toch lukt het om met eenvoudige middelen de elasticiteitsmodulus van een aluminium staaf te bepalen. Smeer daarvoor je duim en vingers in met het harspoeder dat ook wordt gebruikt om de paardenstaartharen van een strijkstok stroef te maken. Houd de staaf met lengte ℓ in het midden vast en wrijf met je duim en vingers stevig langs de staaf: er ontstaat een snerpende luide toon. De staaf is in resonantie en je hoort de grondtoon.



Bij een staaf van 61 cm is $\lambda = 2\ell = 2 \cdot 61 = 122$ cm en $f = 4,2$ kHz. De snelheid $v = \lambda \cdot f = 1,22 \cdot 4,2 \cdot 10^3 = 5,1$ km/s. Voor een dunne metalen staaf geldt: $v = \sqrt{E/\rho} \Rightarrow E = v^2 \cdot \rho = (5,1 \cdot 10^3)^2 \cdot 2,70 \cdot 10^3 = 70$ GPa. Dat verschilt slechts 1,4% met *Binas*.

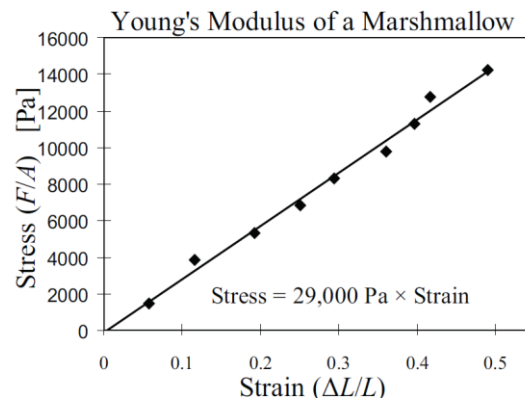
E van een marshmallow

Nog origineler is het om van een marshmallow de E te bepalen². De opstelling is simpel: meer dan een paar houten blokken en wat gewichten heb je niet nodig.



Voor stress schrijven wij de spanning $\sigma = F/A$ en voor strain de rek $\varepsilon = \Delta\ell/\ell$.

De rc van de $\sigma(\varepsilon)$ -grafiek gelijk aan E , want $E = \sigma/\varepsilon$. Uit de grafiek blijkt dat $E_{\text{marshmallow}} = 29$ kPa.



Elastiek

De veerconstante C uit de wet van Hooke ($F = C \cdot \Delta\ell$) is in verband te brengen met de elasticiteitsmodulus E , want uit $\sigma = E\varepsilon$ volgt: $F/A = E \cdot (\Delta\ell/\ell) \Rightarrow F = (EA/\ell) \cdot \Delta\ell$ en dus is $C = EA/\ell$.

Meet A en de lengte ℓ van een onbelast elastiek. Hang een blokje met massa m aan het elastiek. Breng het met je hand in resonantie en tel het aantal trillingen in een minuut. Bereken C uit $T = 2\pi \cdot \sqrt{m/C}$ en tot slot $E = C\ell/A$. De C van een elastiek is niet constant. Als je bij het trillen de amplitude niet te groot laat worden, vind je een E_{rubber} die in de buurt komt van de waarde in *Binas*.

Doorbuigen

Een lange houten lat buigt makkelijker door dan een korte³. Wat is het verband tussen de buigkracht F en de lengte ℓ ?

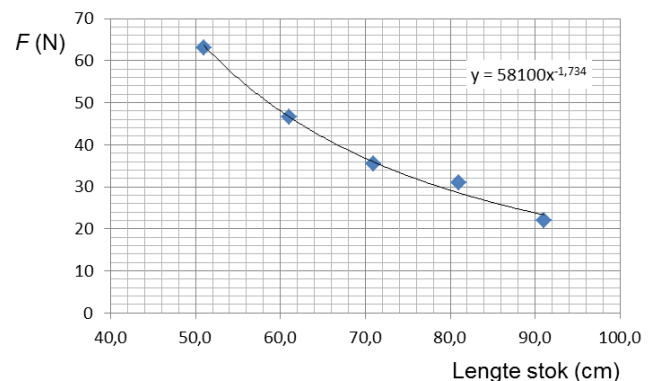
Probeer het zo:

- De lat staat verticaal en je duwt net zo hard bovenop de lat zodat hij doorbuigt. Bij verder doorbuigen verandert de kracht nauwelijks.
- Haak de krachtmeter tussen de twee touwen en meet de buigkracht F .
- Maak de lat korter en herhaal de proef.



Euler wist af te leiden dat $F \sim 1/\ell^2$ (zie het artikel).

Deze metingen komen daar redelijk bij in de buurt:



- 1 Hot chocolate effect: *American Journal of Physics*, Volume 50, Issue 5, pp. 398–404 (1982).
- 2 Young's Modulus of a Marshmallow: *The Physics Teacher*, Volume 46, Issue 3, pp. 140–141 (2008).
- 3 The elasticity of wood: *The Physics Teacher*, Volume 31, Issue 5, pp. 286–288 (1993)